

---

## Prova Final de Matemática

---

3.º Ciclo do Ensino Básico

---

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

---

**Prova 92/1.ª Fase**

Caderno 1: 7 Páginas

---

Duração da Prova (CADERNO 1 + CADERNO 2): 90 minutos. Tolerância: 30 minutos.

---

**2015**

**Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos.**  
(é permitido o uso de calculadora)

---

A prova é constituída por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Só é permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Risca o que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

A prova inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

---

# Formulário

---

## Números

Valor aproximado de  $\pi$  (pi): 3,14159

## Geometria

### Áreas

**Paralelogramo:**  $Base \times Altura$

**Losango:**  $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

**Trapézio:**  $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

**Superfície esférica:**  $4\pi r^2$ , sendo  $r$  o raio da esfera

### Volumes

**Prisma e cilindro:**  $Área\ da\ base \times Altura$

**Pirâmide e cone:**  $\frac{Área\ da\ base \times Altura}{3}$

**Esfera:**  $\frac{4}{3}\pi r^3$ , sendo  $r$  o raio da esfera

## Álgebra

**Fórmula resolvente de uma equação do segundo grau**

da forma  $ax^2 + bx + c = 0$ :  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

## Trigonometria

**Fórmula fundamental:**  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

**Relação da tangente com o seno e o cosseno:**  $\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x}$

## Tabela Trigonométrica

| Graus | Seno   | Cosseno | Tangente | Graus | Seno   | Cosseno | Tangente |
|-------|--------|---------|----------|-------|--------|---------|----------|
| 1     | 0,0175 | 0,9998  | 0,0175   | 46    | 0,7193 | 0,6947  | 1,0355   |
| 2     | 0,0349 | 0,9994  | 0,0349   | 47    | 0,7314 | 0,6820  | 1,0724   |
| 3     | 0,0523 | 0,9986  | 0,0524   | 48    | 0,7431 | 0,6691  | 1,1106   |
| 4     | 0,0698 | 0,9976  | 0,0699   | 49    | 0,7547 | 0,6561  | 1,1504   |
| 5     | 0,0872 | 0,9962  | 0,0875   | 50    | 0,7660 | 0,6428  | 1,1918   |
| 6     | 0,1045 | 0,9945  | 0,1051   | 51    | 0,7771 | 0,6293  | 1,2349   |
| 7     | 0,1219 | 0,9925  | 0,1228   | 52    | 0,7880 | 0,6157  | 1,2799   |
| 8     | 0,1392 | 0,9903  | 0,1405   | 53    | 0,7986 | 0,6018  | 1,3270   |
| 9     | 0,1564 | 0,9877  | 0,1584   | 54    | 0,8090 | 0,5878  | 1,3764   |
| 10    | 0,1736 | 0,9848  | 0,1763   | 55    | 0,8192 | 0,5736  | 1,4281   |
| 11    | 0,1908 | 0,9816  | 0,1944   | 56    | 0,8290 | 0,5592  | 1,4826   |
| 12    | 0,2079 | 0,9781  | 0,2126   | 57    | 0,8387 | 0,5446  | 1,5399   |
| 13    | 0,2250 | 0,9744  | 0,2309   | 58    | 0,8480 | 0,5299  | 1,6003   |
| 14    | 0,2419 | 0,9703  | 0,2493   | 59    | 0,8572 | 0,5150  | 1,6643   |
| 15    | 0,2588 | 0,9659  | 0,2679   | 60    | 0,8660 | 0,5000  | 1,7321   |
| 16    | 0,2756 | 0,9613  | 0,2867   | 61    | 0,8746 | 0,4848  | 1,8040   |
| 17    | 0,2924 | 0,9563  | 0,3057   | 62    | 0,8829 | 0,4695  | 1,8807   |
| 18    | 0,3090 | 0,9511  | 0,3249   | 63    | 0,8910 | 0,4540  | 1,9626   |
| 19    | 0,3256 | 0,9455  | 0,3443   | 64    | 0,8988 | 0,4384  | 2,0503   |
| 20    | 0,3420 | 0,9397  | 0,3640   | 65    | 0,9063 | 0,4226  | 2,1445   |
| 21    | 0,3584 | 0,9336  | 0,3839   | 66    | 0,9135 | 0,4067  | 2,2460   |
| 22    | 0,3746 | 0,9272  | 0,4040   | 67    | 0,9205 | 0,3907  | 2,3559   |
| 23    | 0,3907 | 0,9205  | 0,4245   | 68    | 0,9272 | 0,3746  | 2,4751   |
| 24    | 0,4067 | 0,9135  | 0,4452   | 69    | 0,9336 | 0,3584  | 2,6051   |
| 25    | 0,4226 | 0,9063  | 0,4663   | 70    | 0,9397 | 0,3420  | 2,7475   |
| 26    | 0,4384 | 0,8988  | 0,4877   | 71    | 0,9455 | 0,3256  | 2,9042   |
| 27    | 0,4540 | 0,8910  | 0,5095   | 72    | 0,9511 | 0,3090  | 3,0777   |
| 28    | 0,4695 | 0,8829  | 0,5317   | 73    | 0,9563 | 0,2924  | 3,2709   |
| 29    | 0,4848 | 0,8746  | 0,5543   | 74    | 0,9613 | 0,2756  | 3,4874   |
| 30    | 0,5000 | 0,8660  | 0,5774   | 75    | 0,9659 | 0,2588  | 3,7321   |
| 31    | 0,5150 | 0,8572  | 0,6009   | 76    | 0,9703 | 0,2419  | 4,0108   |
| 32    | 0,5299 | 0,8480  | 0,6249   | 77    | 0,9744 | 0,2250  | 4,3315   |
| 33    | 0,5446 | 0,8387  | 0,6494   | 78    | 0,9781 | 0,2079  | 4,7046   |
| 34    | 0,5592 | 0,8290  | 0,6745   | 79    | 0,9816 | 0,1908  | 5,1446   |
| 35    | 0,5736 | 0,8192  | 0,7002   | 80    | 0,9848 | 0,1736  | 5,6713   |
| 36    | 0,5878 | 0,8090  | 0,7265   | 81    | 0,9877 | 0,1564  | 6,3138   |
| 37    | 0,6018 | 0,7986  | 0,7536   | 82    | 0,9903 | 0,1392  | 7,1154   |
| 38    | 0,6157 | 0,7880  | 0,7813   | 83    | 0,9925 | 0,1219  | 8,1443   |
| 39    | 0,6293 | 0,7771  | 0,8098   | 84    | 0,9945 | 0,1045  | 9,5144   |
| 40    | 0,6428 | 0,7660  | 0,8391   | 85    | 0,9962 | 0,0872  | 11,4301  |
| 41    | 0,6561 | 0,7547  | 0,8693   | 86    | 0,9976 | 0,0698  | 14,3007  |
| 42    | 0,6691 | 0,7431  | 0,9004   | 87    | 0,9986 | 0,0523  | 19,0811  |
| 43    | 0,6820 | 0,7314  | 0,9325   | 88    | 0,9994 | 0,0349  | 28,6363  |
| 44    | 0,6947 | 0,7193  | 0,9657   | 89    | 0,9998 | 0,0175  | 57,2900  |
| 45    | 0,7071 | 0,7071  | 1,0000   |       |        |         |          |

---

**Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.**

---

1. Na tabela seguinte, apresenta-se a distribuição das alturas de 25 alunos do 9.º ano de uma certa escola. Existem quatro alunos cujas alturas, todas iguais, estão representadas por  $a$ , sendo  $a$  maior do que 160.

|                         |     |     |     |     |     |
|-------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Altura (em centímetros) | 150 | 154 | 156 | 160 | $a$ |
| N.º de alunos           | 6   | 3   | 2   | 10  | 4   |

- 1.1. Escolhe-se, ao acaso, um dos 25 alunos.

Qual é a probabilidade de o aluno escolhido ter altura inferior a 155 cm?

Apresenta o resultado na forma de percentagem.

- 1.2. Sabe-se que o valor exato da média das alturas dos 25 alunos é 158 cm

Determina o valor de  $a$

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2. O terraço do António foi pavimentado com 400 ladrilhos quadrados. Cada um desses ladrilhos tem  $9 \text{ dm}^2$  de área.

O mesmo terraço poderia ter sido pavimentado com 225 ladrilhos, também quadrados e iguais entre si, mas maiores do que os que foram utilizados.

Qual é o comprimento dos lados de cada um destes 225 ladrilhos?

Apresenta o resultado em decímetros.

Mostra como chegaste à tua resposta.

3. Considera o conjunto  $A = \{\sqrt{5}, \sqrt{6,25}, \pi, \sqrt[3]{125}\}$

Qual dos conjuntos seguintes é igual ao conjunto  $A \cap \mathbb{Q}$ ?

( $\mathbb{Q}$  designa o conjunto dos números racionais.)

(A)  $\{\sqrt{5}, \pi\}$

(B)  $\{\sqrt{6,25}, \pi\}$

(C)  $\{\sqrt{5}, \sqrt[3]{125}\}$

(D)  $\{\sqrt{6,25}, \sqrt[3]{125}\}$

4. Na Figura 1, está representada uma semicircunferência de diâmetro  $[AC]$

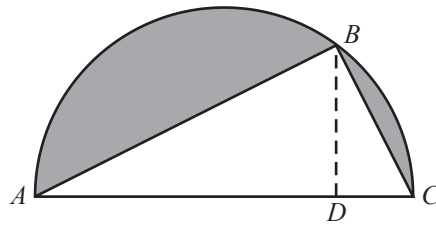


Figura 1

Sabe-se que:

- o ponto  $B$  pertence à semicircunferência e o ponto  $D$  pertence a  $[AC]$
- os segmentos de reta  $[BD]$  e  $[AC]$  são perpendiculares
- o raio da semicircunferência é igual a  $5\text{ cm}$
- $\overline{BD} = 4\text{ cm}$

4.1. Os triângulos  $[ABC]$  e  $[ABD]$  são semelhantes.

Considera a semelhança que transforma o triângulo  $[ABD]$  no triângulo  $[ABC]$

Qual é, nessa semelhança, o lado do triângulo  $[ABC]$  que corresponde ao lado  $[AB]$  do triângulo  $[ABD]$  ?

4.2. Determina a área da região representada a sombreado.

Apresenta o resultado em  $\text{cm}^2$ , arredondado às décimas.

Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5. O Palácio Nacional da Pena está situado em Sintra. Em julho de 2007, foi eleito uma das Sete Maravilhas de Portugal.

A Figura 2 é uma fotografia de uma das torres desse palácio.

Na Figura 3, está representado um modelo geométrico dessa torre.

O modelo não está desenhado à escala.



Figura 2

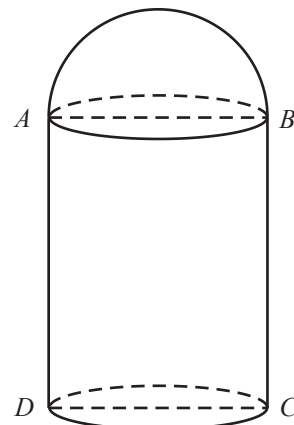


Figura 3

O modelo representado na Figura 3 é um sólido que pode ser decomposto num cilindro e numa semiesfera.

Sabe-se que:

- os pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  são os vértices de um retângulo
- o raio da base do cilindro é igual ao raio da semiesfera e é igual a  $3\text{ cm}$
- o volume total do sólido é igual a  $285\text{ cm}^3$

- 5.1. Determina a altura do cilindro.

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às décimas.

Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

- 5.2. Qual é o transformado do ponto  $A$  por meio da translação associada ao vetor  $\overrightarrow{BC}$ ?

(A) O ponto  $A$

(B) O ponto  $B$

(C) O ponto  $C$

(D) O ponto  $D$

**FIM DO CADERNO 1**

## COTAÇÕES

|      |                                |                  |
|------|--------------------------------|------------------|
| 1.   |                                |                  |
| 1.1. | .....                          | 4 pontos         |
| 1.2. | .....                          | 6 pontos         |
| 2.   | .....                          | 6 pontos         |
| 3.   | .....                          | 3 pontos         |
| 4.   |                                |                  |
| 4.1. | .....                          | 4 pontos         |
| 4.2. | .....                          | 7 pontos         |
| 5.   |                                |                  |
| 5.1. | .....                          | 7 pontos         |
| 5.2. | .....                          | 3 pontos         |
|      | <b>Subtotal (Cad. 1)</b> ..... | <b>40 pontos</b> |



---

## Prova Final de Matemática

---

3.º Ciclo do Ensino Básico

---

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

---

**Prova 92/1.ª Fase**

Caderno 2: 7 Páginas

---

Duração da Prova (CADERNO 1 + CADERNO 2): 90 minutos. Tolerância: 30 minutos.

---

**2015**

**Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos.**  
(não é permitido o uso de calculadora)

---

**Página em branco**

---

---

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

---

6. Escreve o número  $\frac{3^{21} \times 3^{-7}}{(3^2)^5}$  na forma de uma potência de base 3

Mostra como chegaste à tua resposta.

7. Considera os intervalos de números reais  $A = [0, 4[$  e  $B = [3, +\infty[$

Qual dos intervalos seguintes é igual ao conjunto  $A \cap B$ ?

- (A)  $[0, 3]$                       (B)  $[0, +\infty[$                       (C)  $[3, 4[$                       (D)  $]4, +\infty[$

8. Nas tabelas seguintes, apresentam-se, em percentagem, as frequências relativas ( $fr$ ) das classificações do 3.º período, em Matemática, das duas turmas de 9.º ano de uma certa escola.

**Turma A**

|               |    |    |    |    |    |
|---------------|----|----|----|----|----|
| Classificação | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| $fr$ (%)      | 10 | 10 | 20 | 20 | 40 |

**Turma B**

|               |    |    |    |    |    |
|---------------|----|----|----|----|----|
| Classificação | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| $fr$ (%)      | 20 | 20 | 20 | 30 | 10 |

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) A moda das classificações da Turma A é 3  
(B) A moda das classificações da Turma B é 3  
(C) A mediana das classificações da Turma A é 3  
(D) A mediana das classificações da Turma B é 3

9. Resolve a equação seguinte.

$$\frac{x(x-4)}{4} = 9 - x$$

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

10. Resolve a inequação seguinte.

$$1 - (3x - 2) < 4 + x$$

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

11. A companhia de circo Palhaço Feliz vende, no decorrer dos espetáculos, dois tipos de objetos: narizes vermelhos e ímanes. Cada nariz vermelho é vendido por 2 euros e cada íman é vendido por 3 euros.

No fim de um certo dia, o diretor da companhia afirmou: «Hoje vendemos 96 objetos e recebemos um total de 260 euros.»

Seja  $x$  o número de narizes vermelhos vendidos e seja  $y$  o número de ímanes vendidos pela companhia de circo, nesse dia.

Escreve um sistema de equações que permita determinar o número de narizes vermelhos vendidos (valor de  $x$ ) e o número de ímanes vendidos (valor de  $y$ ).

**Não resolvas o sistema.**

12. Seja  $f$  uma função de proporcionalidade direta tal que  $f(2) = 4$

Seja  $g$  a função definida por  $g(x) = x^2$

12.1. Qual é o valor de  $f(1)$  ?

12.2. Considera, num referencial cartesiano de origem  $O$ , a reta que é o gráfico da função  $f$ , a parábola que é o gráfico da função  $g$  e o ponto  $A$  de coordenadas  $(2, 4)$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) O ponto  $A$  pertence à reta e à parábola.
- (B) O ponto  $A$  pertence à reta, mas não pertence à parábola.
- (C) O ponto  $A$  não pertence à reta, mas pertence à parábola.
- (D) O ponto  $A$  não pertence à reta nem à parábola.

13. Considera a função  $h$  definida por  $h(x) = x + 2$

Na Figura 4, estão representadas, em referencial cartesiano, duas retas,  $r$  e  $s$

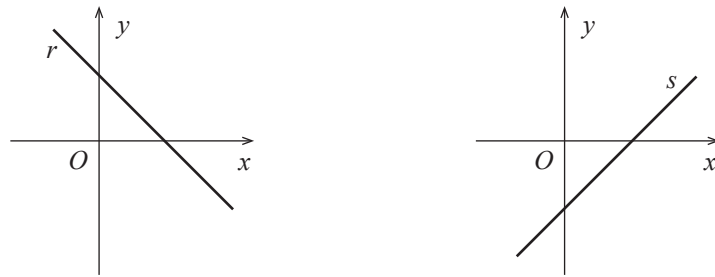


Figura 4

Nem a reta  $r$  nem a reta  $s$  representam graficamente a função  $h$

Apresenta uma razão que permita garantir que a reta  $r$  **não** representa graficamente a função  $h$  e uma razão que permita garantir que a reta  $s$  **não** representa graficamente a função  $h$

14. Seja  $[ABC]$  um triângulo retângulo cuja hipotenusa é  $[AB]$

Seja  $a$  um número real maior do que 2

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = a - 1$
- $\overline{AC} = \sqrt{7}$
- $\overline{BC} = a - 2$

Determina  $a$

Mostra como chegaste à tua resposta.

15. Considera, no espaço, um ponto  $A$

Qual é o lugar geométrico dos pontos do espaço cuja distância ao ponto  $A$  é igual a 5 cm ?

- (A) Esfera de centro no ponto  $A$  e raio igual a 5 cm
- (B) Superfície esférica de centro no ponto  $A$  e raio igual a 5 cm
- (C) Círculo de centro no ponto  $A$  e raio igual a 5 cm
- (D) Circunferência de centro no ponto  $A$  e raio igual a 5 cm

16. Na Figura 5, estão representados uma circunferência de centro no ponto  $O$  e um triângulo isósceles  $[ABC]$

Sabe-se que:

- os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$  pertencem à circunferência
- $\overline{AB} = \overline{BC}$
- $[BD]$  é a altura do triângulo  $[ABC]$  relativa à base  $[AC]$
- a amplitude do arco  $AC$  é igual a  $100^\circ$

A figura não está desenhada à escala.

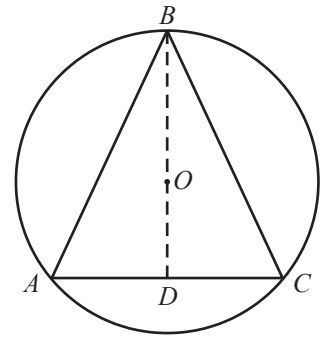


Figura 5

16.1. Qual é a amplitude, em graus, do ângulo  $CAB$ ?

Mostra como chegaste à tua resposta.

16.2. Seja  $\alpha$  a amplitude de um dos ângulos internos do triângulo  $[ABD]$

Sabe-se que  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$

Identifica esse ângulo, usando letras da Figura 5.

**FIM DA PROVA**

## COTAÇÕES

|       |                                |                   |
|-------|--------------------------------|-------------------|
|       | <b>Subtotal (Cad. 1)</b> ..... | <b>40 pontos</b>  |
|       | <hr/>                          |                   |
| 6.    | .....                          | 6 pontos          |
| 7.    | .....                          | 3 pontos          |
| 8.    | .....                          | 3 pontos          |
| 9.    | .....                          | 6 pontos          |
| 10.   | .....                          | 6 pontos          |
| 11.   | .....                          | 4 pontos          |
| 12.   |                                |                   |
| 12.1. | .....                          | 4 pontos          |
| 12.2. | .....                          | 3 pontos          |
| 13.   | .....                          | 6 pontos          |
| 14.   | .....                          | 6 pontos          |
| 15.   | .....                          | 3 pontos          |
| 16.   |                                |                   |
| 16.1. | .....                          | 6 pontos          |
| 16.2. | .....                          | 4 pontos          |
|       | <b>Subtotal (Cad. 2)</b> ..... | <b>60 pontos</b>  |
|       | <hr/>                          |                   |
|       | <b>TOTAL</b> .....             | <b>100 pontos</b> |