PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE MACS DO ENSINO SECUNDÁRIO

(CÓDIGO DA PROVA 835) – 1ª FASE – 23 DE JUNHO 2015

1.

Distribuição dos 9 mandatos através da aplicação do método proposto:

Listas	**A**	**B**	**C**	**D**
Nº votos	**220**	**530**	**650**	**150**
1	220	530	650	150
3	73,3	176,7	216,7	50
5	44	106	130	30
7	31,4	75,7	92,9	21,4
9	24,4	58,9	72,2	16,7
11	20	48,2	59,1	13,6
Nº de Mandatos	**1**	**3**	**4**	**1**

Distribuição dos 9 mandatos na proporção direta dos votos obtidos por cada lista:

Listas	**A**	**B**	**C**	**D**
Nº votos	**220**	**530**	**650**	**150**
Proporção direta	$\frac{220}{1550} \times 9 \approx 1{,}277$	$\frac{530}{1550} \times 9 \approx 3{,}077$	$\frac{650}{1550} \times 9 \approx 3{,}774$	$\frac{150}{1550} \times 9 \approx 0{,}871$
Nº de Mandatos	**1**	**3**	**4**	**1**

R: A aplicação do método proposto pelos representantes da lista A não modificaria o número de mandatos a atribuir a cada lista concorrente

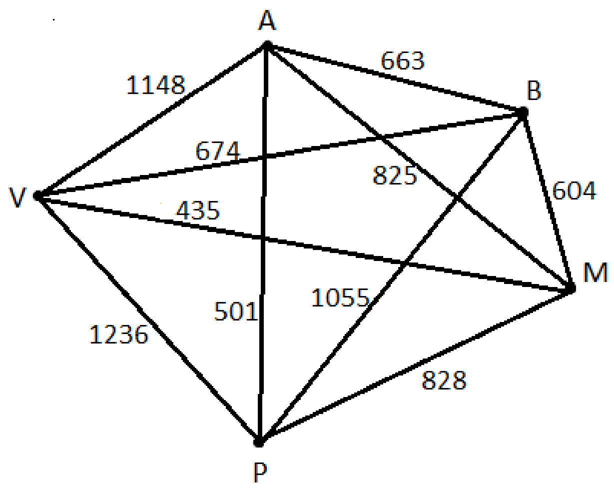
2.1.

Considere-se os seguintes vértices do grafo:

- A: Amesterdão

- B: Berlim
- M: Munique
- P: Paris
- V: Viena

O grafo que traduz a situação é:



1ª aresta a integrar o percurso – MV – 435 km

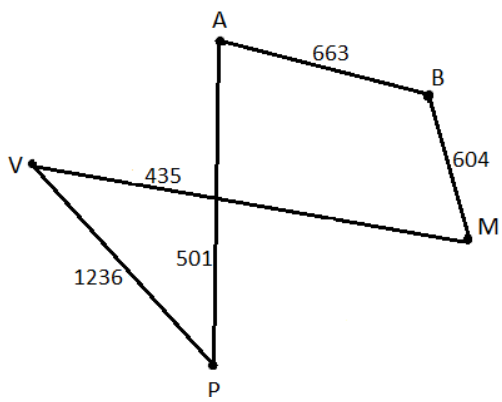
2ª aresta - PA – 501 km

3ª aresta - BM – 604 km

4ª aresta - AB – 663 km

5ª aresta - VP – 1236 km

R: Um percurso possível, com início e fim em Amesterdão, ilustrado pelo seguinte grafo



é: $A \rightarrow B \rightarrow M \rightarrow V \rightarrow P \rightarrow A$

2.2. Aplicando o método proposto, obtém-se:

	Alice	**Bernardo**	**Camila**
Valor global	1800	2250	1860
Valor justo	600	750	620
Bem recebido	Tablet	Computador Viagem	nenhum
Valor do bem	350	1950	0
Valor a receber ou a pagar	250 recebe	1200 paga	620 recebe
Valor a distribuir no final por cada herdeiro	(1200 – 620-250)/3 =110		
Valor monetário final	360 recebe	1090 paga	730 recebe

Assim, a distribuição será feita da seguinte forma:

- Alice: recebe o *tablet* e 360€;
- Bernardo: recebe o computador e a viagem e paga 1090€;
- Camila: não recebe nenhum bem e recebe 730€.

3.1. Representemos por

E – número de encartados em 1990

$\bar{E}$ – número de encartados em outros anos que não 1990

F – número de mulheres

M – número de homens

E complete-se de seguida a tabela

	M	**F**	**Total**
E	350 – 110 = 240	110	**350**
$\boldsymbol{E}$	600 – 140 = 460	250 – 110 = 140	**950 – 350 = 600**
Total	**240 + 460 = 700**	**250**	**950**

Nota: a sublinhado encontram-se os dados fornecidos

Responderam ao inquérito 460 homens encartados em outros anos que não 1990

3.2.1. O ano de 1985 corresponde a t=5

$$M(5) = \frac{58}{1 + 1{,}7e^{-0{,}23\times 5}} \approx 37{,}7044$$

O que significa que em 1985 era 38% a percentagem de novos encartados mulheres de um total de 4750 novos encartados. O que corresponde a $4750 \times 0{,}38 \approx 1805$ mulheres

3.2.2. Colocando a expressão dada no editor de funções da calculadora, é possível consultar a respetiva tabela de valores. Verifica-se que o primeiro ano em que, no mês de Janeiro, a percentagem de encartados do sexo feminino foi superior a 50%, foi no ano de 1991 (11 anos após 1980)

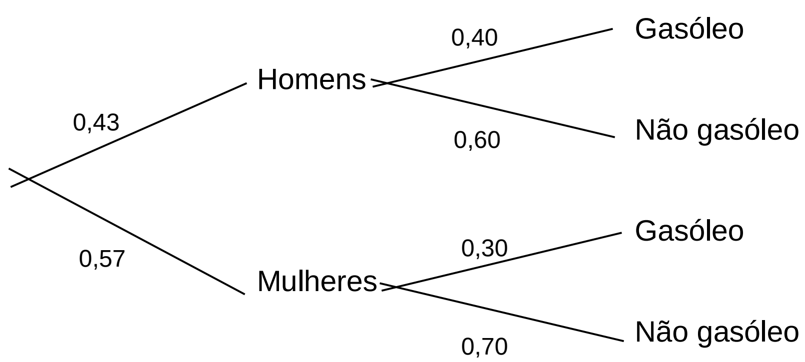
X	Y_1
(…)	(…)
9	47,756
10	49,554
11	51,082

3.2.3

Pelo modelo anterior podemos determinar a percentagem de mulheres encartadas em 2000, que corresponde a t=20

$$M(20) = \frac{58}{1 + 1{,}7e^{-0{,}23\times 20}} \approx 57$$

Elabore-se um diagrama de árvore relativo à situação apresentada



$P(Mulher|Não\ gasóleo) = \frac{0{,}57\times 0{,}70}{0{,}57\times 0{,}70 + 0{,}43\times 0{,}60} \approx 0{,}61$

4. Tendo em conta a situação que é descrita, podemos organizar numa tabela a informação dada no enunciado. Para tal, ter-se-á que ter em conta que:

- O valor do ISV no país onde vive o Ivo é calculado da seguinte forma:

$ISV_{Estrangeiro} = ISV_{Portugal} \times 1{,}28$

- O preço base do automóvel que o Ivo pretende comprar é igual quer em Portugal, quer no país onde vive.

- O IVA em Portugal é de 23% e o IVA do país de residência do Ivo é de 18%.

Assim, podemos verificar que:

	Portugal	País de residência do Ivo
Preço Base do Automóvel (€)	$18\,000$	$18\,000$
ISV (€)	9251	$9251 \times 1{,}28 = 11\,841{,}30$
IVA (%)	23	18

Logo, podemos verificar que o PVP do automóvel em Portugal é calculado da seguinte forma:

$PVP_{Portugal} = (18\,000 + 9251) \times 1{,}23 = 33\,518{,}73$ €

O PVP do automóvel no país onde o Ivo vive é calculado da seguinte maneira:

$PVP_{Estrangeiro} = 18\,000 \times 1{,}18 + 11\,841{,}30 = 33\,081{,}28$ €

Comparando ambos os valores, podemos concluir que o preço de venda ao público de um automóvel com preço base de 18000€ é menor no país onde o Ivo vive.

5.1. Tendo em conta que o inquérito foi realizado a 200 condutores encartados e que o ângulo ao centro do setor correspondente aos encartados que realizaram três exames de condução possui uma amplitude de 27 graus, podemos verificar que:

$$a = \frac{200}{360} \times 27 = 15$$

Daqui, vem que:

$$b = 200 - (130 + 50 + 15) = 200 - 195 = 5$$

5.2. Considerando X a variável aleatória "número de encartados que realizaram exatamente 2 exames" e sabendo que foram escolhidos aleatoriamente dois elementos dos 200 condutores em estudo, podemos concluir que X deverá assumir os valores 0, 1 e 2.

Logo, construindo uma tabela de distribuição de probabilidades da variável X:

$X = x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$0{,}56$	$0{,}38$	$0{,}06$

Calculando cada uma das probabilidades isoladamente para se proceder ao preenchimento da tabela de distribuição:

- $P(X = 0) = \frac{150}{200} \times \frac{149}{199} \approx 0{,}56$ - uma vez que o cálculo desta probabilidade tem em conta que não existe nenhum encartado que realizou exatamente 2 exames.

- $P(X = 1) = \frac{50}{200} \times \frac{150}{199} + \frac{150}{200} \times \frac{50}{199} \approx 0{,}38$ - pois terão de ser escolhidos um encartado que realizou 2 exames e um encartado que não realizou 2 exames.

- $P(X = 2) = \frac{50}{200} \times \frac{49}{199} \approx 0{,}06$ - porque terão de ser escolhidos exatamente dois condutores encartados que realizaram 2 exames.

5.3. Considerando as informações que podem ser recolhidas no enunciado, podemos verificar que a dimensão da amostra n é de 200 indivíduos, sendo que

$\bar{x} = 30{,}2$ e $s = 3{,}4$

Uma vez que o nível de confiança é de 95%, consultando o formulário da prova podemos concluir que $z = 1{,}960$.

Logo, o intervalo de confiança para o número médio de horas que os encartados dedicaram à preparação do exame de condução é dado por:

$$\left]\bar{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}};\ \bar{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}}\right[= \left]30{,}2 - 1{,}960 \times \frac{3{,}4}{\sqrt{200}}; 30{,}2 + 1{,}960 \times \frac{3{,}4}{\sqrt{200}}\right[\approx \left]29{,}7; 30{,}7\right[$$