

Prova Final de Matemática

Prova 92 | 1.ª Fase | 3.º Ciclo do Ensino Básico | 2017

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

Caderno 1:
7 Páginas

Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos.
É permitido o uso de calculadora.

A prova é constituída por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Só é permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Risca o que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

A prova inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Nos termos da lei em vigor, as provas de avaliação externa são obras protegidas pelo Código do Direito de Autor e dos Direitos Conexos. A sua divulgação não suprime os direitos previstos na lei. Assim, é proibida a utilização destas provas, além do determinado na lei ou do permitido pelo IAVE, I.P., sendo expressamente vedada a sua exploração comercial.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$

Pirâmide e cone: $\frac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\text{tg} x = \frac{\text{sen} x}{\text{cos} x}$

Tabela Trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente	Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175	46	0,7193	0,6947	1,0355
2	0,0349	0,9994	0,0349	47	0,7314	0,6820	1,0724
3	0,0523	0,9986	0,0524	48	0,7431	0,6691	1,1106
4	0,0698	0,9976	0,0699	49	0,7547	0,6561	1,1504
5	0,0872	0,9962	0,0875	50	0,7660	0,6428	1,1918
6	0,1045	0,9945	0,1051	51	0,7771	0,6293	1,2349
7	0,1219	0,9925	0,1228	52	0,7880	0,6157	1,2799
8	0,1392	0,9903	0,1405	53	0,7986	0,6018	1,3270
9	0,1564	0,9877	0,1584	54	0,8090	0,5878	1,3764
10	0,1736	0,9848	0,1763	55	0,8192	0,5736	1,4281
11	0,1908	0,9816	0,1944	56	0,8290	0,5592	1,4826
12	0,2079	0,9781	0,2126	57	0,8387	0,5446	1,5399
13	0,2250	0,9744	0,2309	58	0,8480	0,5299	1,6003
14	0,2419	0,9703	0,2493	59	0,8572	0,5150	1,6643
15	0,2588	0,9659	0,2679	60	0,8660	0,5000	1,7321
16	0,2756	0,9613	0,2867	61	0,8746	0,4848	1,8040
17	0,2924	0,9563	0,3057	62	0,8829	0,4695	1,8807
18	0,3090	0,9511	0,3249	63	0,8910	0,4540	1,9626
19	0,3256	0,9455	0,3443	64	0,8988	0,4384	2,0503
20	0,3420	0,9397	0,3640	65	0,9063	0,4226	2,1445
21	0,3584	0,9336	0,3839	66	0,9135	0,4067	2,2460
22	0,3746	0,9272	0,4040	67	0,9205	0,3907	2,3559
23	0,3907	0,9205	0,4245	68	0,9272	0,3746	2,4751
24	0,4067	0,9135	0,4452	69	0,9336	0,3584	2,6051
25	0,4226	0,9063	0,4663	70	0,9397	0,3420	2,7475
26	0,4384	0,8988	0,4877	71	0,9455	0,3256	2,9042
27	0,4540	0,8910	0,5095	72	0,9511	0,3090	3,0777
28	0,4695	0,8829	0,5317	73	0,9563	0,2924	3,2709
29	0,4848	0,8746	0,5543	74	0,9613	0,2756	3,4874
30	0,5000	0,8660	0,5774	75	0,9659	0,2588	3,7321
31	0,5150	0,8572	0,6009	76	0,9703	0,2419	4,0108
32	0,5299	0,8480	0,6249	77	0,9744	0,2250	4,3315
33	0,5446	0,8387	0,6494	78	0,9781	0,2079	4,7046
34	0,5592	0,8290	0,6745	79	0,9816	0,1908	5,1446
35	0,5736	0,8192	0,7002	80	0,9848	0,1736	5,6713
36	0,5878	0,8090	0,7265	81	0,9877	0,1564	6,3138
37	0,6018	0,7986	0,7536	82	0,9903	0,1392	7,1154
38	0,6157	0,7880	0,7813	83	0,9925	0,1219	8,1443
39	0,6293	0,7771	0,8098	84	0,9945	0,1045	9,5144
40	0,6428	0,7660	0,8391	85	0,9962	0,0872	11,4301
41	0,6561	0,7547	0,8693	86	0,9976	0,0698	14,3007
42	0,6691	0,7431	0,9004	87	0,9986	0,0523	19,0811
43	0,6820	0,7314	0,9325	88	0,9994	0,0349	28,6363
44	0,6947	0,7193	0,9657	89	0,9998	0,0175	57,2900
45	0,7071	0,7071	1,0000				

1. Qual dos conjuntos seguintes é igual ao conjunto $\left]-1, \frac{9}{4}\right] \cap \left[\sqrt{5}, 3\right[$?

(A) $\left[\sqrt{5}, 3\right[$

(B) $\left]-1, \frac{9}{4}\right]$

(C) $\left[\sqrt{5}, \frac{9}{4}\right]$

(D) $\left]-1, 3\right[$

2. A resolução máxima do olho humano é 0,1 mm, isto é, o olho humano distingue dois pontos que estejam a uma distância, entre si, de pelo menos 0,1 mm; se os pontos estiverem a uma distância inferior, são vistos como um só ponto.

A resolução máxima de um certo microscópio eletrónico é 0,000004 mm.

A comparação entre o poder de resolução de dois instrumentos de observação pode ser traduzida pelo quociente entre as respetivas resoluções máximas.

Determina o quociente entre a resolução máxima do olho humano e a resolução máxima do referido microscópio eletrónico.

Apresenta o resultado em notação científica.

Mostra como chegaste à tua resposta.

3. O diagrama de caule-e-folhas seguinte representa um conjunto de dados.

2		3	5
3		1	2 2
4		4	5
5		6	

Nas afirmações seguintes, \bar{x} representa a média e \tilde{x} representa a mediana deste conjunto de dados.

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $\bar{x} = 36$ e $\tilde{x} = 40$

(B) $\bar{x} = 36$ e $\tilde{x} = 32$

(C) $\bar{x} = 52$ e $\tilde{x} = 32$

(D) $\bar{x} = 52$ e $\tilde{x} = 40$

4. Em algumas pontes, os candeeiros de iluminação pública estão inclinados em relação ao plano do tabuleiro da ponte, para reduzir a luz projetada sobre os rios. Na ponte Vasco da Gama, os candeeiros foram instalados desse modo, conforme se pode observar na Figura 1.

Na Figura 2, apresenta-se, em esquema, um candeeiro desse tipo, instalado numa outra ponte. Este candeeiro é constituído por duas peças, representadas na figura pelos segmentos de reta $[AD]$ e $[CD]$.



Figura 1

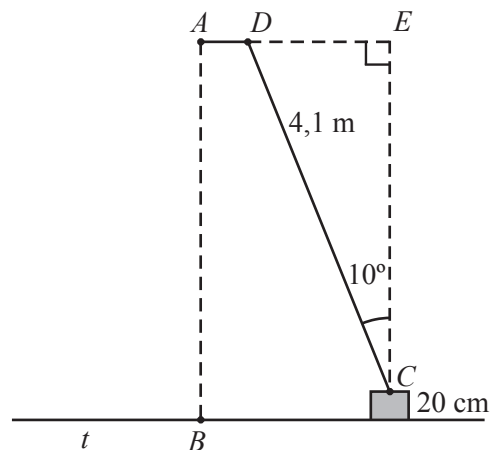


Figura 2

Relativamente ao esquema da Figura 2, sabe-se que:

- a reta t representa o tabuleiro da ponte;
- o ponto A representa a lâmpada, e o ponto B é o pé da perpendicular traçada do ponto A para a reta t ;
- o segmento de reta $[AD]$ é perpendicular ao segmento de reta $[AB]$;
- o poste do candeeiro é representado pelo segmento de reta $[CD]$ e tem 4,1 m de comprimento;
- $\widehat{DCE} = 10^\circ$, sendo a reta CE perpendicular à reta t ;
- a distância do ponto C à reta t é igual a 20 cm.

A figura não está desenhada à escala.

Determina \overline{AB} , ou seja, determina a distância da lâmpada do candeeiro ao tabuleiro da ponte.

Apresenta o valor pedido em metros, arredondado às décimas.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva pelo menos três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5. Na Figura 3, estão representados o prisma reto $[ABCDEFGH]$ de bases quadradas $[ABCD]$ e $[FGHE]$ e as pirâmides triangulares $[AFGE]$ e $[ASTR]$, cujas bases $[FGE]$ e $[STR]$ estão contidas em planos paralelos.

Os vértices S , T e R da pirâmide $[ASTR]$ pertencem, respetivamente, às arestas $[AF]$, $[AG]$ e $[AE]$ da pirâmide $[AFGE]$.

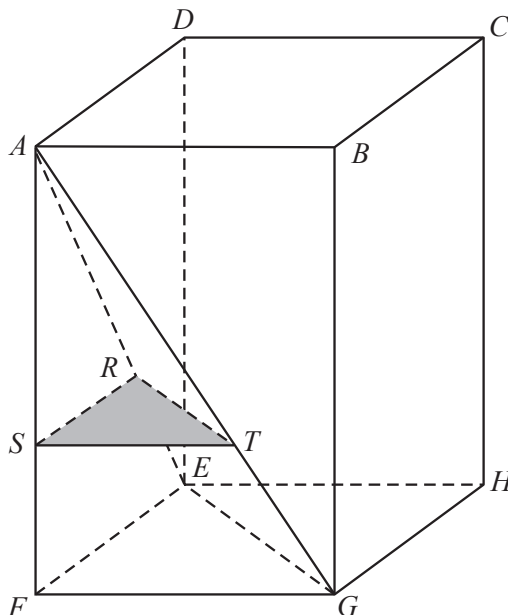


Figura 3

- 5.1. Identifica uma reta paralela ao plano que contém a base $[FGHE]$ do prisma, recorrendo a letras da figura.

5.2. Considera que:

- $\overline{AS} = 6$ cm
- $\overline{ST} = 4$ cm
- $\overline{AF} = 9$ cm

A figura não está desenhada à escala.

5.2.1. Determina \overline{AT} .

Apresenta o valor pedido em centímetros, arredondado às décimas.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5.2.2. Determina o volume da pirâmide $[AFGE]$.

Apresenta o valor pedido em cm^3 .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

FIM DO CADERNO 1

COTAÇÕES (Caderno 1)

Item							
Cotação (em pontos)							
1.	2.	3.	4.	5.1.	5.2.1.	5.2.2.	
3	6	3	7	4	5	7	35

Prova Final de Matemática

Prova 92 | 1.ª Fase | 3.º Ciclo do Ensino Básico | 2017

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

Caderno 2:
6 Páginas

Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos.
Não é permitido o uso de calculadora.

6. Na escola da Eduarda e do Daniel, vão ser realizadas sessões de divulgação de cursos de Espanhol e de Alemão.

Essas sessões distribuem-se de acordo com o horário seguinte.

	Sala 3	Sala 4	Sala 5
15h30 – 16h30	Espanhol	Espanhol	Espanhol
17h00 – 18h00	Alemão	Alemão	

- 6.1. A Eduarda pretende assistir a uma sessão de divulgação do curso de Espanhol e vai escolher, ao acaso, uma sala.

Qual é a probabilidade de a Eduarda escolher uma sala com número par?

Apresenta o resultado na forma de fração.

- 6.2. O Daniel pretende assistir a uma sessão de divulgação de cada um dos cursos e vai escolher, ao acaso, uma sala para assistir à sessão de Espanhol e uma sala para assistir à sessão de Alemão.

Qual é a probabilidade de o Daniel escolher salas com números diferentes?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Sugestão: Começa por construir uma tabela de dupla entrada ou um diagrama em árvore.

7. Na Figura 4, estão representados os três primeiros termos de uma sequência de figuras constituídas por círculos geometricamente iguais. Cada termo da sequência, com exceção do primeiro, tem mais três círculos do que o termo anterior.

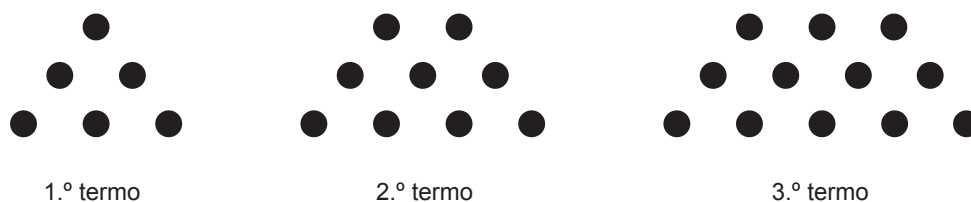


Figura 4

Quantos círculos tem o 100.º termo da sequência?

Mostra como chegaste à tua resposta.

8. Considera a função de proporcionalidade inversa f , representada graficamente no referencial cartesiano da Figura 5.

O ponto de coordenadas $(3, 6)$ pertence ao gráfico da função f .

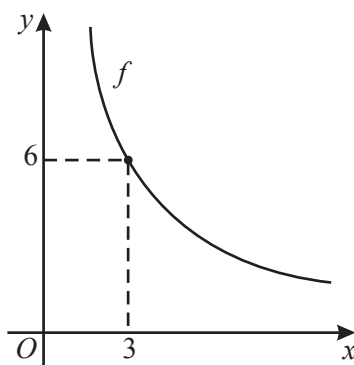


Figura 5

Qual dos seguintes números é a constante de proporcionalidade?

- (A) 2 (B) 3 (C) 9 (D) 18

9. Na Figura 6, estão representados, em referencial cartesiano, uma função quadrática f e o trapézio retângulo $[OABC]$.

Sabe-se que:

- o ponto O é a origem do referencial;
- o ponto A tem coordenadas $(4, 0)$;
- o ponto B é o ponto do gráfico de f que tem abcissa 2;
- o ponto C pertence ao eixo das ordenadas;
- a função f é definida por $f(x) = 2x^2$.

Determina a área do trapézio $[OABC]$.

Mostra como chegaste à tua resposta.

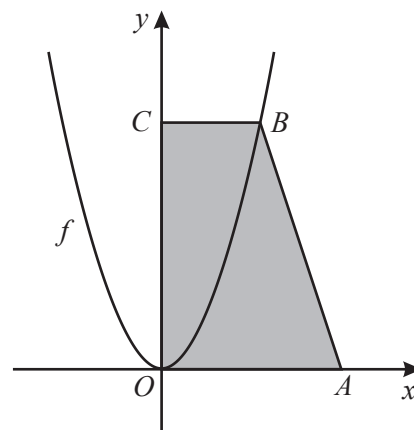


Figura 6

10. Resolve a equação seguinte.

$$6x^2 - x - 1 = 0$$

Apresenta as soluções na forma de fração irredutível.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

11. Resolva a inequação seguinte.

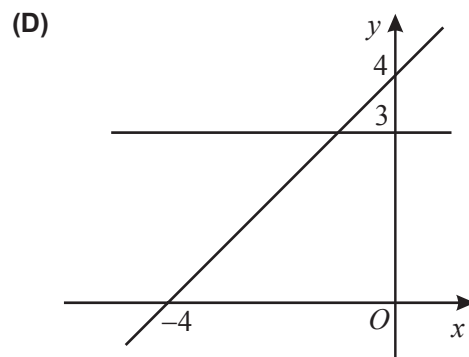
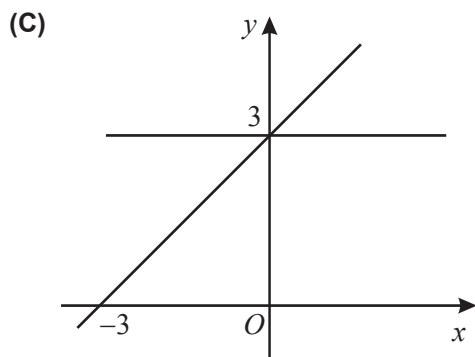
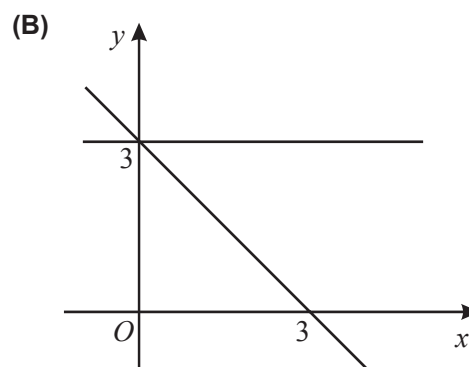
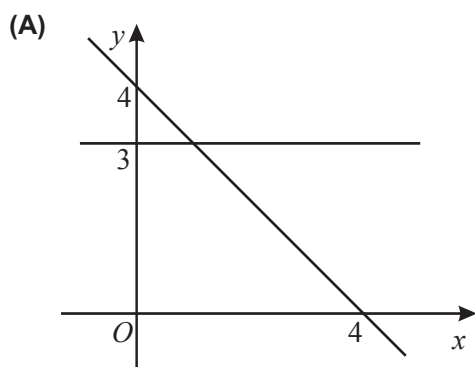
$$3(1-x) > \frac{x+5}{2}$$

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

12. Considera o sistema de equações $\begin{cases} y = 3 \\ y = -x + 4 \end{cases}$

Em qual dos referenciais seguintes está representado geometricamente este sistema?



13. Escreve o número $(6^4)^2 \times 6^3 \times 2^{-11}$ na forma de uma potência de base 3.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

14. Fatoriza o polinómio $x^2 - 4$.

15. Qual das afirmações seguintes, relativas a quaisquer retas e planos do espaço, é **falsa**?

- (A) Duas retas distintas paralelas a uma terceira são paralelas entre si.
- (B) Dois planos distintos paralelos a um terceiro são paralelos entre si.
- (C) Por um ponto exterior a um plano passa um único plano paralelo ao primeiro.
- (D) Por um ponto exterior a um plano passa um único plano perpendicular ao primeiro.

16. Na Figura 7, está representado um triângulo $[ABC]$, inscrito numa circunferência.

Sabe-se que:

- $\hat{BAC} = 40^\circ$;
- a amplitude do arco AB é 120° ;
- o ponto C pertence ao arco maior AB .

A figura não está desenhada à escala.

Determina a amplitude, em graus, do ângulo ABC .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

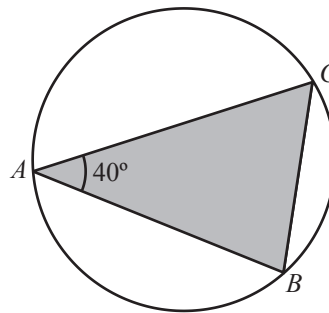


Figura 7

17. Na Figura 8, está representado o hexágono regular $[PQRSTU]$.

Qual dos pontos seguintes é a imagem do ponto P pela translação de vetor \overrightarrow{QS} ?

- (A) Ponto P
- (B) Ponto Q
- (C) Ponto S
- (D) Ponto T

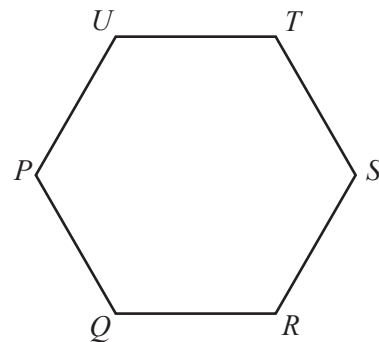


Figura 8

18. Considera a afirmação seguinte.

«Dados quaisquer dois números reais a e b , se $a < b$, então $a^2 < b^2$.»

Apresenta um valor para a e um valor para b que permitam mostrar que esta afirmação é **falsa**.

FIM DA PROVA

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item														
Cotação (em pontos)														
6.1.	6.2.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	
4	6	4	3	6	6	7	3	6	4	3	6	3	4	65
TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)														100