

**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENSINO SECUNDÁRIO DE MATEMÁTICA
APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS**

(CÓDIGO DA PROVA 835) – 2.ª FASE – 21 DE JULHO 2017

1.1.

Número total de votos: $373 + 602 + 318 + 157 = 1450$

50% do número total de votos : $\frac{1450}{2} = 725$ votos

Coligações:

- V com Z $\rightarrow 373 + 157 = 530$ votos (inferior a 50%)

- X com Z $\rightarrow 602 + 157 = 759$ votos (superior a 50%)

Logo a opção correta é a (B)

1.2.

Os quocientes obtidos por aplicação do método de Hondt são os seguintes (com arredondamento às unidades)

Divisores	V	X	Y	Z
1	373	602	318	157
2	187	301	159	79
3	124	201	106	52
4	93	151	80	39
5	75	120	64	31

Os quocientes correspondentes elementos atribuídos encontram-se a sombreado.

Distribuição final:

- Lista V – 3 elementos
- Lista X – 4 elementos
- Lista Y – 2 elementos
- Lista Z – 1 elemento.

Observando a distribuição final é possível constatar que a lista V fica com menos um elemento do que a lista Y pelo que o aluno não tem razão.

2.

	J	C	T
Valor Global (€)	$350 + 400 + 201 = 951$	$400 + 380 + 252 = 1032$	$304 + 168 + 302 = 774$
Valor justo (€)	$\frac{951}{3} = 317$	$\frac{1032}{3} = 344$	$\frac{774}{3} = 258$
Atribuição de bens	Impressora (400€)	Computador (400€)	Máquina Fotográfica (302€)
Excedente	Paga $400 - 317 = 83€$	Paga $400 - 344 = 56€$	Paga $302 - 258 = 44€$

No final sobram $83 + 56 + 44 = 183€$

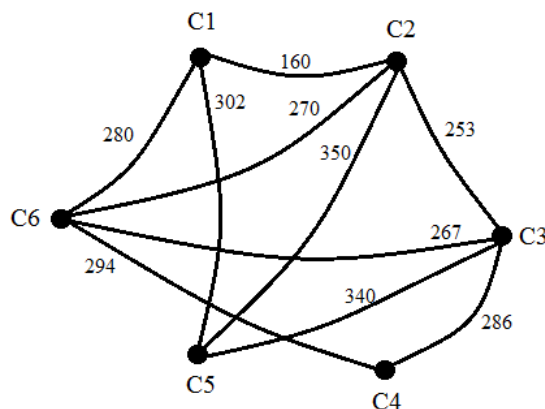
Que terá que ser distribuído em partes iguais por cada um dos projetos: $\frac{183}{3} = 61€$

No final tem-se:

- Jornal da Escola (J) – recebe a impressora e paga $83 - 61 = 22€$
- Clube da Ciência (C) – recebe o computador e ainda $61 - 56 = 5€$
- Clube de Teatro (T) – recebe a máquina fotográfica e ainda $61 - 44 = 17€$

3.

Um grafo que modela a situação poderá ser o seguinte, onde os vértices representam os postos de controlo e as arestas as ligações entre eles com as respetivas distâncias:



Começando pelo posto de controlo C_5 a ordem de visita dos postos de controlo por aplicação do método indicado será:

$$C_5 \rightarrow C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow C_3 \rightarrow C_6 \rightarrow C_4$$

E o comprimento do percurso: $302 + 160 + 253 + 267 + 294 = 1276 m$

4.

O pagamento a ser realizado pela associação de estudantes está associado a uma taxa de juro de 10%, a 360 dias. Como os pagamentos iriam ser feitos de 90 em 90 dias, podemos observar que, para esse período de tempo, a taxa de juro irá ser dada por:

$$\frac{360}{90} = \frac{0,10}{x} \Leftrightarrow x = \frac{90 \times 0,1}{360} \Leftrightarrow x = 0,025 = 2,5\%$$

Assim, utilizando a fórmula da prestação dada no enunciado, verificamos que:

$$P_1 = 600 \times [0,25 + 0,025 \times (1,25 - 0,25 \times 1)] = 165\text{€}$$

$$P_2 = 600 \times [0,25 + 0,025 \times (1,25 - 0,25 \times 2)] = 161,25\text{€}$$

Concluimos que a primeira prestação foi de 165€ e a segunda prestação foi de 161,25€.

5.

5.1. Depois de inserido o modelo no editor de funções da calculadora pode-se observar a respetiva representação gráfica, com a seguinte janela de visualização:

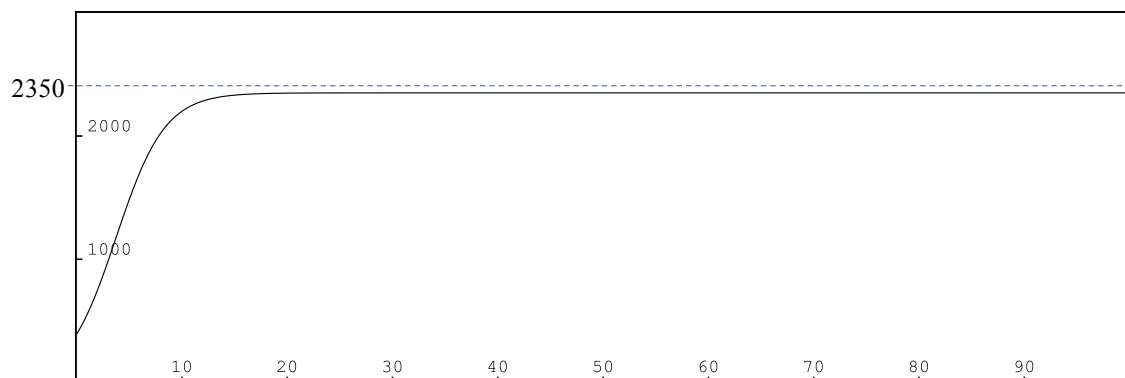
$$x_{max} = 100$$

$$y_{max} = 3\,000$$

$$x_{min} = 0$$

$$y_{min} = 0$$

Obtém-se a seguinte representação gráfica



Uma vez que se trata de um modelo logístico, é possível concluir que este nunca ultrapassará o valor de 2350 (capacidade máxima do modelo), como é possível constatar na representação gráfica apresentada.

5.2.

Ano 2000 $\rightarrow t=0$

A inauguração ocorre em 2002, logo $t=2$

$A(2) \approx 754$ (valor obtido a partir da tabela de valores do modelo inserido na calculadora para $X=2$)

Pretende-se encontrar o valor de t para o qual $A(t) \approx 754 + 950 = 1704$

Para tal, na tabela de valores do modelo procura-se o valor de t para o qual $A(t)$ estará próximo de 1704

X	Y
(...)	(...)
5	1485,066
6	1704,294
7	1885,342
(...)	(...)

\rightarrow verifica-se que o valor procurado é atingido em $t=6$

Podemos concluir que o jornal passou a ter instalações próprias em 2006

6.

6.1. Como podemos observar na resolução de 6.2. teremos

Tempo (em minutos)	Número de alunos
$[0,10[$	300
$[10,20[$	144
$[20,30[$	336
$[30,40[$	420

Colocando nas listas da calculadora as marcas de classe, 5; 15; 25 e 35 e as respetivas frequências absolutas obtém-se

$$\mu \approx \bar{x} = 22,3 \text{ e } \sigma \approx s \approx 11,82$$

Sendo então $\mu + \sigma > 30$

Logo, opção (B)

6.2. É possível determinar o número total de alunos inquiridos, considerando que

$$144 \text{ alunos} \text{ --- } 12\%$$

$$x \text{ alunos} \text{ --- } 100\%$$

$$x = \frac{144}{0,12} = 1200 \text{ alunos}$$

É também possível concluir que na classe $[30,40[$ terão que estar $100 - 65 = 35\%$ dos alunos

Ou seja $0,35 \times 1200 = 420 \text{ alunos}$

Assim na classe de $[0,10[$ terão que estar $1200 - 144 - 336 - 420 = 300$ alunos, o que corresponde a

uma percentagem de $\frac{300}{1200} \rightarrow 25\%$

Ou seja $a=25\%$

7.

7.1. No total, o número de raparigas que foram ao cinema pelo menos três vezes é dado por:

$$n.^{\circ} \text{ de raparigas} = 106 + 60 + 43 = 209$$

Assim, a percentagem de raparigas pode ser determinada por: $\text{percentagem} = \frac{209 \times 100}{350} \approx 59,7\%$

Opção (C)

7.2. Considerando apenas os alunos que foram uma vez ao cinema no ano, a probabilidade de os dois escolhidos serem ambos do mesmo sexo é obtida através da soma da probabilidade de escolher dois rapazes com a probabilidade de escolher duas raparigas. Logo:

$$P(\text{alunos com o mesmo sexo}) = \frac{46}{63} \times \frac{45}{62} + \frac{17}{63} \times \frac{16}{62} \approx 60\%$$

Sendo que 63 é o número total de alunos que foram ao cinema uma única vez:

$$46 \text{ raparigas} + 17 \text{ rapazes} = 63 \text{ alunos.}$$

7.3. Utilizando as potencialidades da calculadora gráfica, começamos por introduzir nas listas os seguintes valores para determinar a média e o desvio padrão amostrais:

Lista 1 (Número de idas ao cinema)	Lista 2 (Número de alunos)
0	42
1	63
2	105
3	140
4	85
5	65

$$\bar{x} \approx 2,72 \quad s \approx 1,44$$

Assim:

$$n = 500 \quad ; \quad z = 1,960$$

$$I. C._{.95\%} = \left[2,72 - 1,960 \times \frac{1,44}{\sqrt{500}}; 2,72 + 1,960 \times \frac{1,44}{\sqrt{500}} \right] =]2,6; 2,8[$$

8.

8.1. A probabilidade da seta parar num sector a branco é dada por $\frac{5}{8}$, sendo a probabilidade da seta se imobilizar num sector cinzento de $\frac{3}{8}$

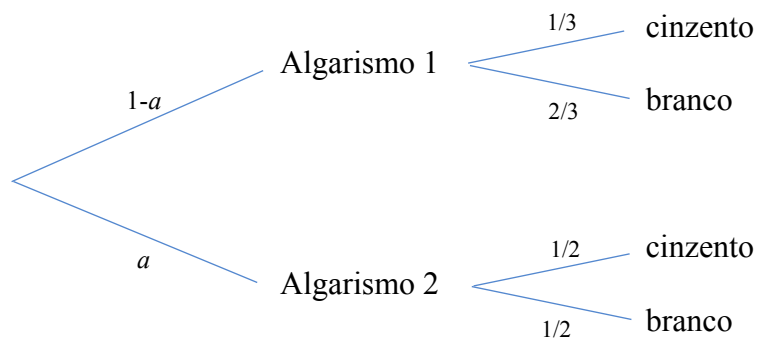
Admitindo que $X = \{0,1,2\}$, constata-se que:

- $P(X = 0) = \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{25}{64}$
- $P(X = 1) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{8} \times 2 = \frac{30}{64} = \frac{15}{32}$
- $P(X = 2) = \frac{3}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{9}{64}$

Logo a tabela de distribuição de probabilidade da variável aleatória X é dada por

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{25}{64}$	$\frac{15}{32}$	$\frac{9}{64}$

8.2. Considerando $a = P(\text{Algarismo 2})$, a situação apresentada pode ser traduzida pelo seguinte diagrama



Como $P(\text{cinzento}) = \frac{3}{8}$

Vem

$P(\text{cinzento}) =$

$P(\text{Algarismo 1}) \times P(\text{cinzento} | \text{Algarismo 1}) + P(\text{Algarismo 2}) \times P(\text{cinzento} | \text{Algarismo 2})$

Ou seja

$$\frac{3}{8} = (1 - a) \times \frac{1}{3} + a \times \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{3}{8} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}a + \frac{1}{2}a \Leftrightarrow \frac{1}{3}a - \frac{1}{2}a = -\frac{3}{8} + \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{6}a = \frac{1}{24} \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$$

Concluindo que

$$P(\text{Algarismo 2}) = \frac{1}{4} = 25\%$$