

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE MATEMÁTICA B
DO ENSINO SECUNDÁRIO
(CÓDIGO DA PROVA 735) – 1ª FASE – 25 DE JUNHO 2018

Grupo I

1.

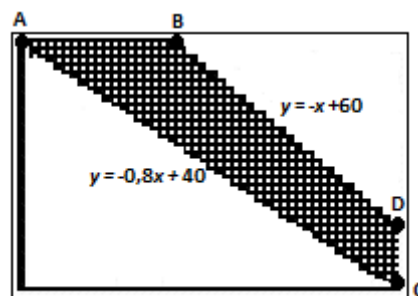
1.1. Analisando o sistema de restrições conclui-se que o valor mínimo investido é 1 800 euros porque $36x + 45y \geq 1800$ e que a área total do terreno é de 60 ha, visto $x + y \leq 60$

1.2. A função objetivo é o lucro obtido com o lucro por cada hectare de vinha da casta touriga, x e com o lucro por cada hectare de vinha da casta franca, y : $L(x,y) = 350x + 200y$.

Introduzir na calculadora as expressões:

- $x + y \leq 60 \Leftrightarrow y \leq -x + 60$
- $36x + 45y \geq 1800 \Leftrightarrow 0,8x + y \leq 40$ (dividindo os termos da desigualdade por 45. Na calculadora introduzir a expressão $y \leq -0,8x + 40$)

Representação gráfica da região admissível

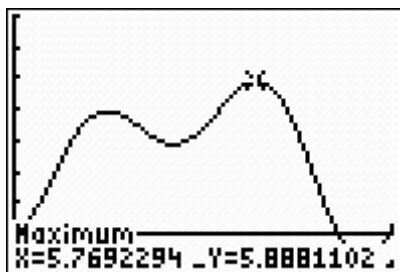


Vértice	x	y	$L(x,y) = 350x + 200y$
A	0	40	8 000
B	20	40	15 000
C	50	0	17 500
D	50	10	19 500

Solução do problema: $x = 50, y = 10$

O lucro máximo possível, 19 500€, obtém-se cultivando 50 hectares de vinha da casta touriga nacional e 10 hectares de vinha da casta touriga franca.

2. Começar por introduzir a função na calculadora



Determinar um valor aproximado do máximo da função neste intervalo, aproximadamente 5,888

$$N = 5,888 - 1 = 4,888$$

Resposta: $N = 4,9$ metros.

3. Calcular $P(X < 450)$ utilizando a calculadora. $P(X < 450) \approx 0,02275$

$$1500 \times 0,02275 = 34,125$$

Resposta: Espera-se que, aproximadamente, 34 embalagens tenham menos de 450 gramas.

Grupo II

- 1.

n.º do expositor	1	2	3	4	5	6	7	8
Quantidade de garrafas	1	3	6	10	15	21	28	36

- 1.1. O oitavo expositor tem 36 garrafas.

- 1.2. Numa progressão aritmética é constante a diferença entre quaisquer dois termos consecutivos. $6 - 3 \neq 3 - 1$, logo não é uma progressão aritmética.

Numa progressão geométrica é constante a razão entre quaisquer dois termos consecutivos.

$$\frac{6}{3} \neq \frac{3}{1}, \text{ logo não é uma progressão geométrica.}$$

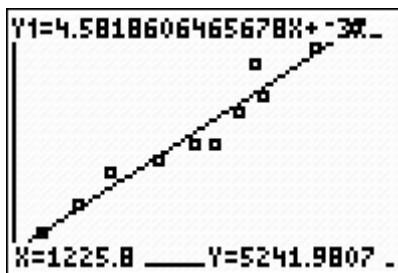
2. Criaram-se duas listas na calculadora, de acordo com os dados fornecidos:

L1	L2	3
594.2	2341	-----
664.6	2723.1	
736.3	3206.5	
904.2	3611.1	
830	3345.7	
940.5	3619.7	
992.6	4077.3	
L3 =		

Utilizando na calculadora a função LinReg (regressão linear) determinaram-se os valores a e b , parâmetros da equação da reta de regressão linear

```
LinReg
y=ax+b
a=4.581860647
b=-374.4640681
```

Representou-se a reta de regressão e calculou-se a imagem de 1225,8



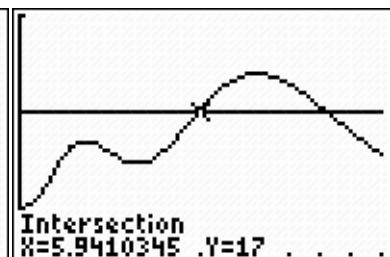
Resposta: O valor estimado para as exportações de produtos alimentares e bebidas em 2015 é de 5242 milhões de euros.

Grupo III

1. Recorrendo à calculadora:

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=12
Xscl=1
Ymin=15.5
Ymax=18
Yscl=1
Xres=1
```

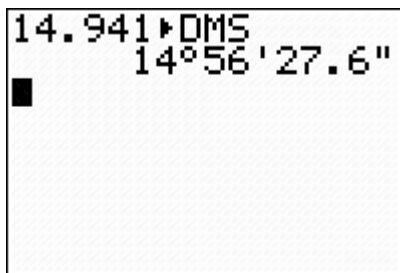
```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=6+(0.003X^7
-0.08X^5+0.9X^3)
\Y2=17
\Y3=
\Y4=
\Y5=
```



Aproximadamente 5,941 horas após as 9 horas a temperatura na cave atinge os 17° .

$$9 + 5,941 = 14,941.$$

Converter o resultado em horas e minutos recorrendo à calculadora:



Resposta: Aproximadamente às 14 horas e 56 minutos a temperatura na cave atinge pela primeira vez os 17°.

2.

$$2.1. T(x) = \frac{57}{ax^2 + bx + 3,3}, \quad 0 \leq x \leq 12$$

$$T(0) = \frac{57}{a \times 0^2 + b \times 0 + 3,3} = \frac{57}{3,3} \approx 17,27$$

Resposta: A temperatura na cave no instante em que a avaria foi detetada era de 17,3°.

2.2. $V(1) \approx 0,5$, significa que às 10 horas a temperatura da cave está a aumentar cerca de 0,5° por hora.

2.3. Como o início da recolha da temperatura se dá às 9h,

$$16 - 9 = 7$$

$$22 - 9 = 13$$

$$\begin{cases} T(7) = 20 \\ T(13) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{57}{a \times 7^2 + 7b + 3,3} = 20 \\ \frac{57}{a \times 13^2 + 13b + 3,3} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{57}{49a + 7b + 3,3} = 20 \\ \frac{57}{169a + 13b + 3,3} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 57 = 20 \times (49a + 7b + 3,3) \\ 57 = 20 \times (169a + 13b + 3,3) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 57 = 980a + 140b + 66 \\ 57 = 3380a + 260b + 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 = 980a + 140b \\ -9 = 3380a + 260b \end{cases}$$

Utilizando a resolução de sistemas na calculadora obtém-se $\begin{cases} a = \frac{9}{1820} \\ b = -\frac{9}{91} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \approx 0,0049 \\ b \approx -0,0989 \end{cases}$

Arredondando às milésimas, $a \approx 0,005$ e $b \approx -0,1$

Resposta: $a \approx 0,005$ e $b \approx -0,1$.

Grupo IV

1.

1.1.

Determinemos o valor de j . Para isso, vamos aplicar o teorema de

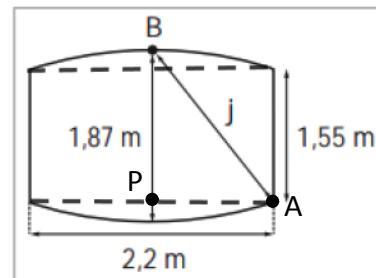
Pitágoras ao triângulo retângulo [ABP]. Temos que $\overline{AP} = \frac{2,2}{2} = 1,1$ m

$$\text{e } \overline{BP} = 1,87 - \frac{1,87 - 1,55}{2} = 1,71 \text{ m.}$$

Logo $j^2 = 1,1^2 + 1,71^2 \Leftrightarrow j^2 = 4,1341$, pelo que

$$j = \sqrt{4,1341}; 2,03 \text{ m}$$

Assim, a capacidade do barril é dada por $C = 2,03^3 \times 605$; 5061,08 litros. Logo, como $5061,08 > 5000$, é possível armazenar 5000 litros de vinho no barril.



1.2.

Como Q é simétrico do ponto P relativamente à origem, o ponto Q tem coordenadas

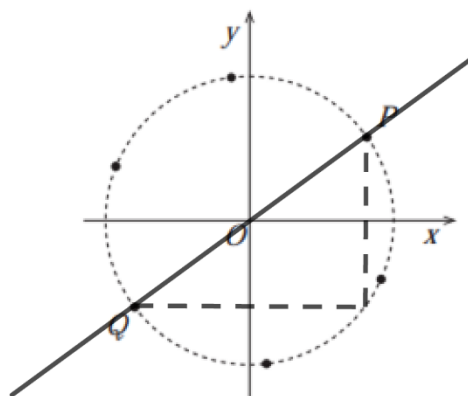
$$Q(-0,620; -0,465).$$

A reta PQ passa na origem do referencial, pelo que a ordenada na origem é 0.

Determinemos o declive da reta PQ:

$$m = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} = \frac{0,465 + 0,465}{0,620 + 0,620} = 0,75$$

Logo a equação reduzida da reta PQ é $y = 0,75x$.



2.

2.1.

A função f tem dois zeros: 0 e $-\frac{b}{a}$.

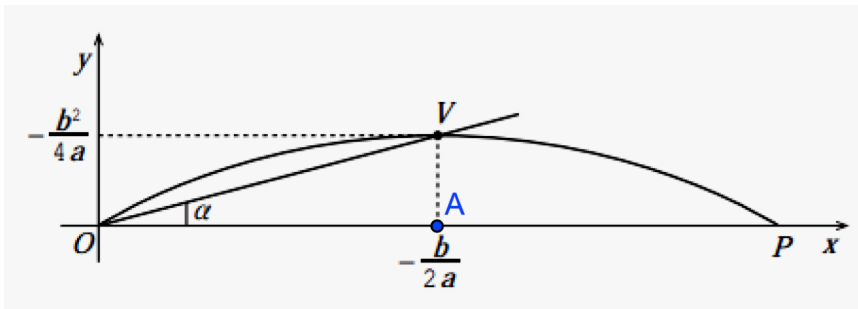
A abcissa do vértice da parábola é, assim, metade de $-\frac{b}{a}$, ou seja, $-\frac{b}{2a}$.

A ordenada do vértice da parábola é

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = a \times \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b \times \left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} = \frac{b^2}{4a} - \frac{2b^2}{4a} = -\frac{b^2}{4a}$$

O vértice da parábola tem, então, coordenadas $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2}{4a}\right)$.

2.2.



O triângulo [OAV] é retângulo em A. Assim,

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{-\frac{b^2}{4a}}{-\frac{b}{2a}} = \frac{b}{2}$$

Como $\alpha = 0,3^\circ$, vem que

$$\operatorname{tg}(0,3^\circ) = \frac{b}{2} \Leftrightarrow b = 2\operatorname{tg}(0,3^\circ); 0,01$$