

**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENSINO SECUNDÁRIO DE
MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS
(CÓDIGO DA PROVA 835) – 1.ª FASE – 25 DE JUNHO 2018**

1.

1.1

Se queremos que a Bélgica fique em segundo lugar, o total de primeiras preferências terá que ultrapassar os 12 votos da Dinamarca e não ultrapassar os 15 votos da Croácia.

Experimentando as várias opções:

(A) $7+4=11 (< 12)$; (B) $7+7=14 (>12)$; (C) $7+10=17 (>15)$; (D) $7+11=18 (>15)$

Opção: B

1.2.

Tendo em conta as primeiras preferências, a votação teve os seguintes resultados:

Bélgica: $9+7 = 16$ votos

Croácia: 15 votos

Dinamarca: 12 votos

Total de votos $16+12+15 = 43$, logo para se obter maioria absoluta seriam precisos 22 votos, o que não é alcançado por nenhum dos países.

Eliminamos então o país com menor número de votos na primeira preferência que é a Dinamarca, sendo a respetiva tabela reestruturada da forma seguinte:

Nº votos	9	15	12	7
Preferência				
1ª	Bélgica	Croácia	Croácia	Bélgica
2ª	Croácia	Bélgica	Bélgica	Croácia

A situação é agora:

Bélgica: $9+7 = 16$ votos

Croácia: $15+12 = 27$ votos e obtém maioria absoluta.

O país escolhido pelos alunos como destino para a sua visita de estudo foi a Croácia.

2.

Mary e Paul, secretamente, atribuíram os seguintes pontos aos bens a dividir: o CD do fado (C), a embalagem dos doces regionais (D) e a bandeira de Portugal (P).

	C	D	P	Total
Mary	33	20	47	100
Paul	56	24	20	100

Temporariamente, C e D vão para Paul e P vai para Mary.

Assim, temporariamente, o total de pontos destinado a cada um dos guias é para Paul 80 (56 + 24) pontos e para Mary, 47 pontos.

Uma vez que não há igualdade entre os pontos atribuídos a cada guia, vai-se proceder a um ajuste e o presente que vai ser utilizado para efetuar esse ajuste é a embalagem dos doces regionais, D, pois é o presente ao qual os guias atribuíram menor diferença de pontuação, sendo então os doces regionais o presente a partilhar pelos guias:

- no CD do fado, C, há 23 pontos de diferença (56 - 33), na embalagem dos doces regionais, D, há 4 pontos de diferença (24 - 20) e na bandeira de Portugal, P, há 27 pontos de diferença (47 - 20).

Os guias ficarão com o mesmo número de pontos se se der a seguinte igualdade:

$$80 - \frac{x}{100} \times 24 = 47 + \frac{x}{100} \times 20$$

onde x representa a percentagem da embalagem dos doces a partilhar entre Mary e Paul.

$$80 - \frac{x}{100} \times 24 = 47 + \frac{x}{100} \times 20 \Leftrightarrow$$

$$80 - 47 = \frac{x}{100} \times 20 + \frac{x}{100} \times 24 \Leftrightarrow$$

$$33 = \frac{x}{100} \times 44 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{33}{44} \times 100 \Leftrightarrow$$

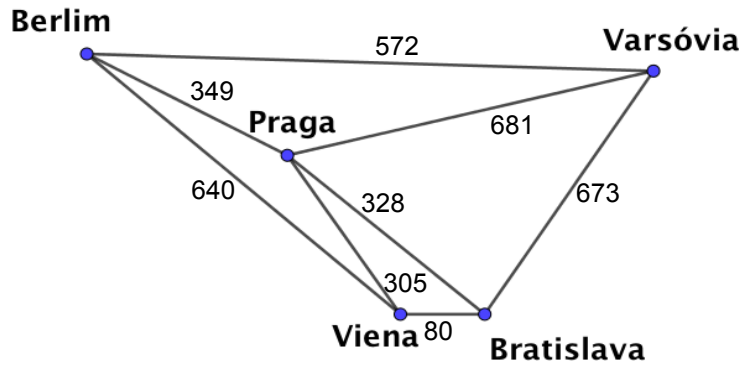
$$x = 75$$

Os presentes serão partilhados da seguinte forma:

Paul fica com o CD do fado, C, e 25% dos doces regionais, D, enquanto que Mary fica com a bandeira de Portugal, P, e 75% da embalagem dos doces regionais, D.

3.

Comecemos por modelar a situação descrita através de um grafo, tendo em conta que só poderemos unir as capitais cujos países tenham fronteira em comum. Assim:

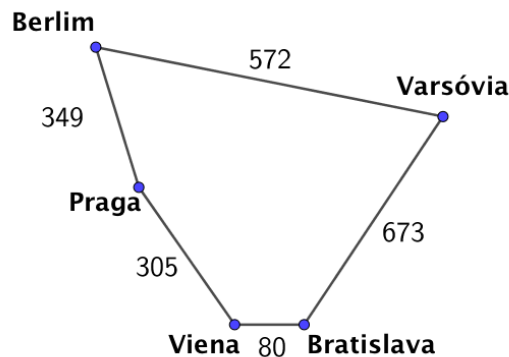


De seguida, ordenemos as possíveis ligações que podem ser escolhidas pela Mariana, seguindo os passos indicados pelo algoritmo:

- Bratislava – Viena - 80 km
- Praga – Viena - 305 km
- Bratislava – Praga - 328 km – esta não pode escolher, porque fecha um percurso sem que todos os vértices estejam incluídos.
- Berlim – Praga - 349 km
- Berlim – Varsóvia - 572 km
- Berlim – Viena - 640 km - esta não pode escolher, porque fecha um percurso sem que todos os vértices estejam incluídos (ou porque três aresta do percurso que está a ser definido se encontram no mesmo vértice: quer em Berlim quer em Viena)

Bratislava – Varsóvia- 673 km – e fica finalizado o percurso, não sendo possível escolher mais nenhuma.

Chegamos assim ao grafo a seguir representado:



Assim, um possível percurso que a Mariana poderá ter definido será:

Praga – Berlim – Varsóvia – Bratislava – Viena – Praga (ou o seu inverso)

4.

4.1.

90 segundos são 1,5 minutos $\rightarrow t = 1,5$

$A(1,5) \approx 1,295 \rightarrow 1295 \text{ metros}$ (valor obtido a partir da tabela de valores do modelo inserido na calculadora para $X=1,5$)

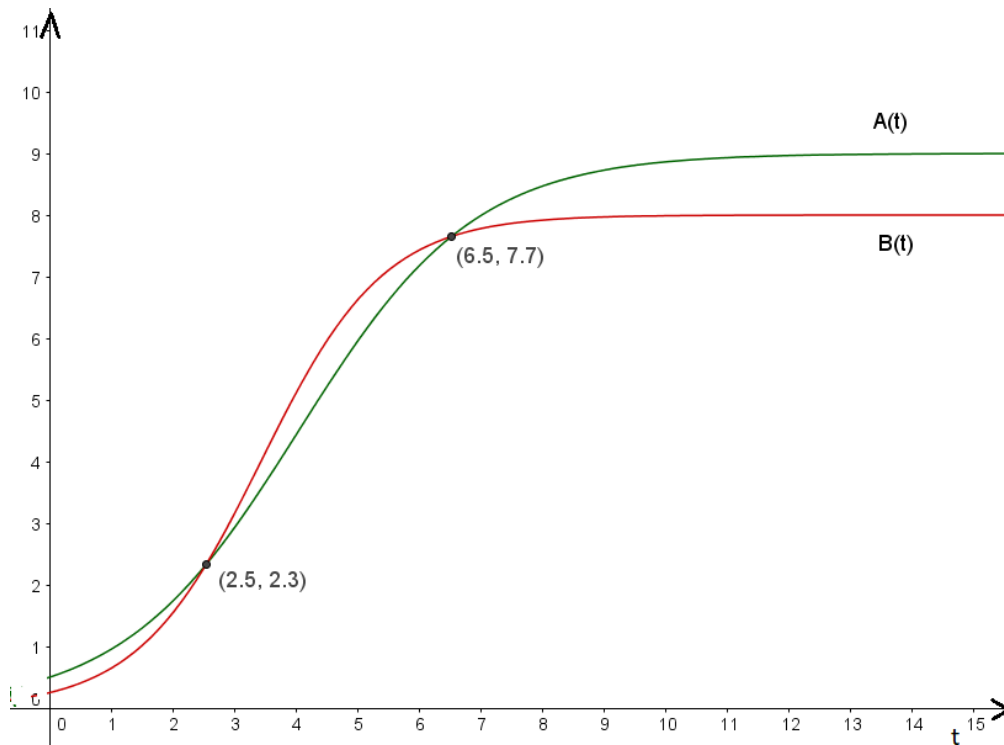
A altura efetiva do avião pode variar entre: $1295 - 10 = 1285 \text{ metros}$ e $1295 + 10 = 1305 \text{ metros}$.

4.2.

Depois de inseridos ambos os modelos fornecidos no editor de funções da calculadora, pode-se observar a respectiva representação gráfica, com a seguinte janela de visualização:

$$x_{max} = 0 \quad y_{max} = 0$$

$$x_{min} = 15 \quad y_{min} = 10$$



Como $6,5 - 2,5 = 4$, é possível afirmar que o avião da companhia aérea *AirOnPlain* (A) voou a uma altura inferior à do avião da companhia *BeOnAir* (B) durante 4 minutos, aproximadamente.

4.3.

$$A(15) \approx 8,9958 \rightarrow 8995,8 \text{ metros}$$

$$\text{Ora } \frac{8995,8}{12000} \approx 0,75$$

Opção: D

5.

Valor do capital final optando pela Alternativa 1:

$$C_6 = 2800 \times \left(1 + \frac{0,04}{2}\right)^{2 \times 6} \approx 3551 \text{€}$$

Valor do capital final optando pela Alternativa 2:

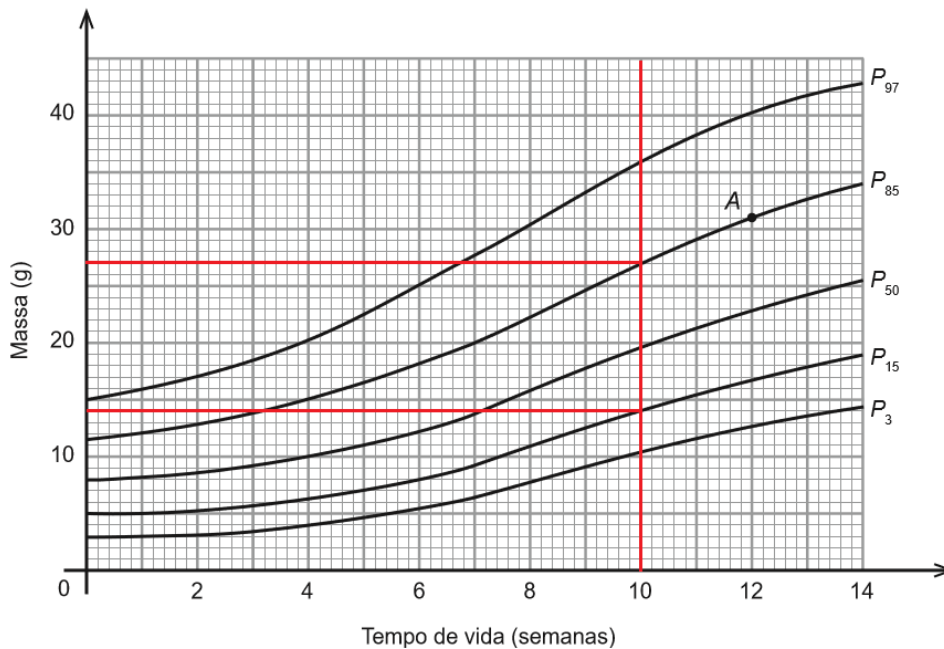
$$\text{Número de UP adquiridas em 2010: } \frac{2800}{14} = 200 \text{ UP}$$

Dinheiro a receber pela venda em 2016: $200 \times 17 = 3400 \text{ €}$ → Capital final

Podemos concluir que a Mariana optou pela alternativa mais rentável.

6.

6.1. Localizemos os pontos (10,14) e (10,27) no gráfico fornecido.



Podemos verificar que (10,14) pertence à linha relativa a P₁₅ e o ponto (10,27) à linha correspondente a P₈₅.

Podemos então esperar que nas 500 larvas da amostra, com 10 semanas de vida, 70% (85 – 15) tenham massa compreendida entre 14 e 27 gramas. Ou seja, 350 larvas (0,70×500).

6.2. Se uma frequência absoluta de 3 corresponde a uma frequência relativa de 0,015 (1ª linha da tabela), significa que o número total de dados pode ser dado por $\frac{3}{0,015} = 200$.

Assim, a frequência absoluta acumulada da segunda classe ($[5, 10[$) será de 18, e a respetiva frequência relativa acumulada dada por $a = \frac{18}{200} = 0,09$.

Se o total de dados é de 200, a frequência absoluta acumulada da classe $[25, 30[$ será de $200 - 5 = 195$.

Por outro lado a frequência absoluta acumulada da classe $[20, 25[$ é dada por $0,9 \times 200 = 180$.

Ou seja, $b = 195 - 180 = 15$.

7.

7.1.

$$\frac{1}{5} \times 60 = 12 \text{ homens}$$

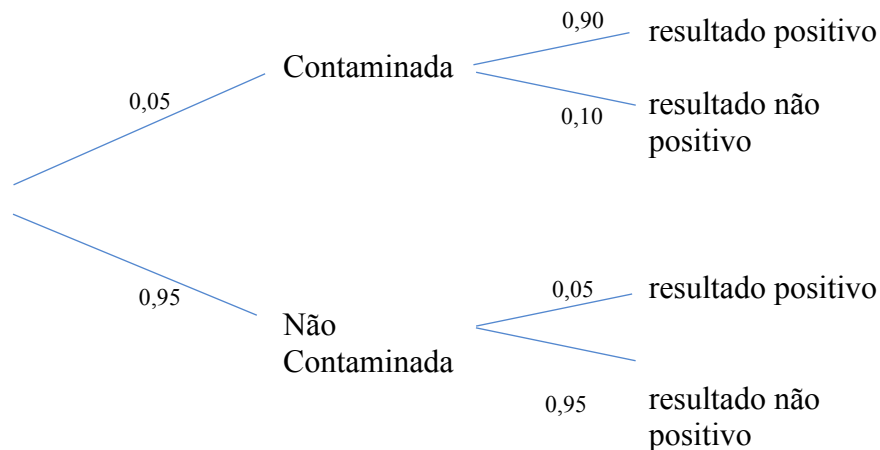
$$60 - 12 = 48 \text{ mulheres}$$

$$P(\text{primeiro viajante escolhido ser mulher}) = \frac{48}{60}$$

$$P(\text{segundo viajante escolhido ser mulher}) = \frac{47}{59}$$

$$P(\text{dois viajantes escolhidos serem mulheres}) = \frac{48 \times 47}{60 \times 59} \approx 0,6$$

7.2. A situação apresentada pode ser traduzida pelo seguinte diagrama:



Seja

C : “Estar contaminado pela doença”

N : “Ter resultado não positivo no exame médico”

Pretende-se calcular $P(C|N)$.

Ora,

$$P(N) = P(C) \times P(N|C) + P(\bar{C}) \times P(N|\bar{C}) = 0,05 \times 0,10 + 0,95 \times 0,95 = 0,9075$$

Assim

$$P(C|N) = \frac{P(C \cap N)}{P(N)} = \frac{0,05 \times 0,10}{0,9075} \approx 0,006.$$

8.

8.1.

Sabe-se que:

$$n = 100$$

$$\hat{p} = \frac{58}{100} = 0,58$$

Com um intervalo a 95% temos $z = 1,960$.

Utilizando o intervalo de confiança para a proporção temos:

$$\left[0,58 - 1,960 \sqrt{\frac{0,58(1-0,58)}{100}} ; 0,58 + 1,960 \sqrt{\frac{0,58(1-0,58)}{100}} \right] \approx]0,48; 0,68[$$

8.2.

Pelo teorema do limite central, sabemos que uma amostra de dimensão $n, n \geq 30$, de uma população de valor médio 1200 e desvio padrão a , pode ser aproximada por uma distribuição normal com valor médio igual ao da população, 1200, e desvio padrão igual $\frac{a}{\sqrt{n}}$.

Neste caso, sabe-se que:

$$\frac{a}{\sqrt{100}} = 8 \Leftrightarrow a = 8 \times \sqrt{100} = 80$$

Opção: C