PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENSINO SECUNDÁRIO DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS

(CÓDIGO DA PROVA 835) – 2ª FASE – 20 DE JULHO 2018

1.

1.1.

Número total de eleitores: 75 -> os elementos da companhia de teatro.

Como há 20% de abstenção, então há 80% de votantes, o que equivale a $0{,}8\times75 = 60$ votos.

Dos 60 votos só houve 95% de votos validamente expressos, ou seja, $0{,}95\times60 = 57$ votos.

Aos 57 votos retiramos os votos nas cidades A e B e vem $57 - 14 - 17 = 26$ votos na cidade C.

Logo a opção correta é a (A).

1.2.

Os quocientes obtidos por aplicação do método descrito são os seguintes (com arredondamento às unidades):

Divisores	Cidade A	Cidade B	Cidade C
1	4320	1960	6050
3	1440	653	2017
5	864	392	1210
7	617	280	864
9	480	218	672

(**Observação**: na tabela a sombreado mais claro estão os seis maiores quocientes e a sombreado mais escuro o sétimo maior quociente que é igual nas cidades A e C)

Como são 7 sessões, vamos ordenar por ordem decrescente os 7 maiores quocientes e a respetiva cidade.

A ordenação dos 6 maiores quocientes, com a respetiva cidade é a que a seguir se apresenta:

Quociente	6050	4320	2017	1960	1440	1210
Cidade	C	A	C	B	A	C

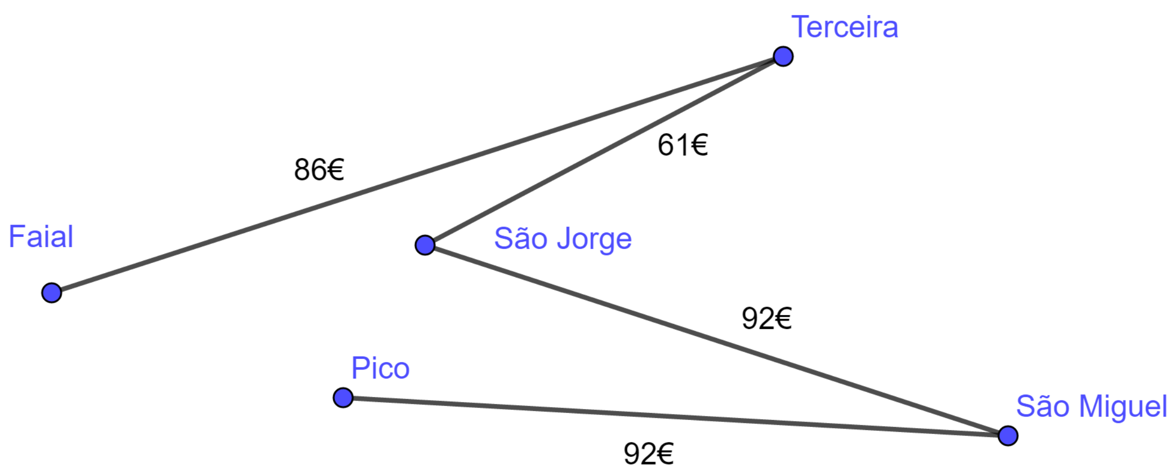
Verifica-se que, na escolha da cidade para a sétima sessão, as cidades A e C apresentam o mesmo quociente, 864, arredondado às unidades. Pelas regras do algoritmo, essa sessão vai para a cidade que entre estas duas tenha menor número de habitantes, ou seja, a cidade A, ficando então a distribuição das 7 sessões da seguinte forma:

Quociente:	6050	4320	2017	1960	1440	1210	864
Cidade:	C	A	C	B	A	C	A

Distribuição final das 7 sessões pelas cidades:

- Cidade A – 3 sessões;
- Cidade B – 1 sessão;
- Cidade C – 3 sessões.

2. A companhia de teatro irá apresentar a peça somente em ilhas com, pelo menos, 6000 habitantes. Logo, a digressão irá passar apenas por São Miguel, Terceira, São Jorge, Pico e Faial.
Começando no Faial e seguindo o Algoritmo, obtemos o seguinte grafo ponderado:



Portanto, a ordem pela qual a companhia de teatro visitará as ilhas é: Faial, Terceira, São Jorge, São Miguel, Pico.

$$86 + 61 + 92 + 92 = 331 \text{ €}$$

O custo mínimo em deslocações aéreas de cada elemento da companhia de teatro é 331 €.

3.

Valor da parte justa a receber por cada interveniente: $\frac{270\ 000}{3} = 90\ 000$ €

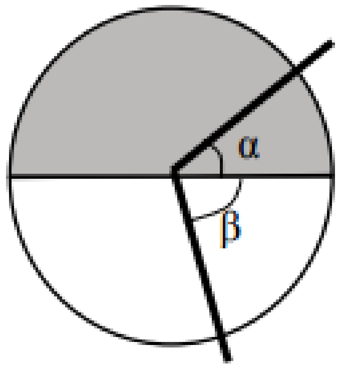
Valor Global = Valor da Metade Norte + Valor de Metade Sul =

= Valor da Metade Norte + 2*Valor da Metade Norte = 3* Valor da Metade Norte

Assim:

Valor da Metade Norte = $\frac{270\ 000}{3} = 90\ 000$ €

Valor da Metade Sul = $2\times 90\ 000 = 180\ 000$ €



Seja α a amplitude da parte a cinzento do sector delimitado pelo Bruno e β a amplitude da parte a branco.

Tem-se:

$$\frac{15\ 000}{90\ 000} = \frac{\alpha}{180°} \Leftrightarrow \alpha = \frac{15\ 000\times 180}{90\ 000} = 30°$$

Valor da Parte Sul do sector delimitado pelo Bruno:

$$90\ 000 - 15\ 000 = 75\ 000€$$

Da mesma forma:

$$\frac{75\ 000}{180\ 000} = \frac{\beta}{180°} \Leftrightarrow \beta = \frac{75\ 000\times 180}{180\ 000} = 75°$$

Amplitude do sector delimitado pelo Bruno: $30° + 75° = 105°$

4. Podemos verificar que:

Proposta A:

$$Custo\ Total_A = 420\times 10 + 4800 = 9000€$$

Proposta B:

$$V_{10} = 3000\times 1{,}14^{10} - 3000 \approx 8122$$

$$Custo\ Total_B = 8122 + 71\times 10 = 8832€$$

Comparando os valores obtidos, podemos concluir que o diretor da companhia optou pela proposta mais económica.

5.

5.1. De acordo com o modelo dado para o número de sócios do centro náutico, no momento da inauguração (t=0) já existiam sócios; N(0) = $\frac{246}{1+a}$ que é diferente de zero. Esta situação elimina as opções (B) e (D).

Por outro lado, à medida que o tempo passa desde a inauguração, sabe-se, pelo conhecimento do modelo dado, que o número de sócios tenderá para o número 246, mas sem o ultrapassar.

Logo a opção correta é a (C).

5.2.1

30 segundos → $t = 0{,}5$

1 minuto → $t = 1$

A percentagem de aumento é dada por:

$$\frac{A(1) - A(0{,}5)}{A(0{,}5)}$$

Definindo o modelo no editor de funções da calculadora, obtêm-se:

$$\frac{A(1) - A(0{,}5)}{A(0{,}5)} = \frac{115{,}674 - 92{,}685}{92{,}685} \approx 0{,}248$$

A altura aumentou cerca de 25%.

5.2.2.

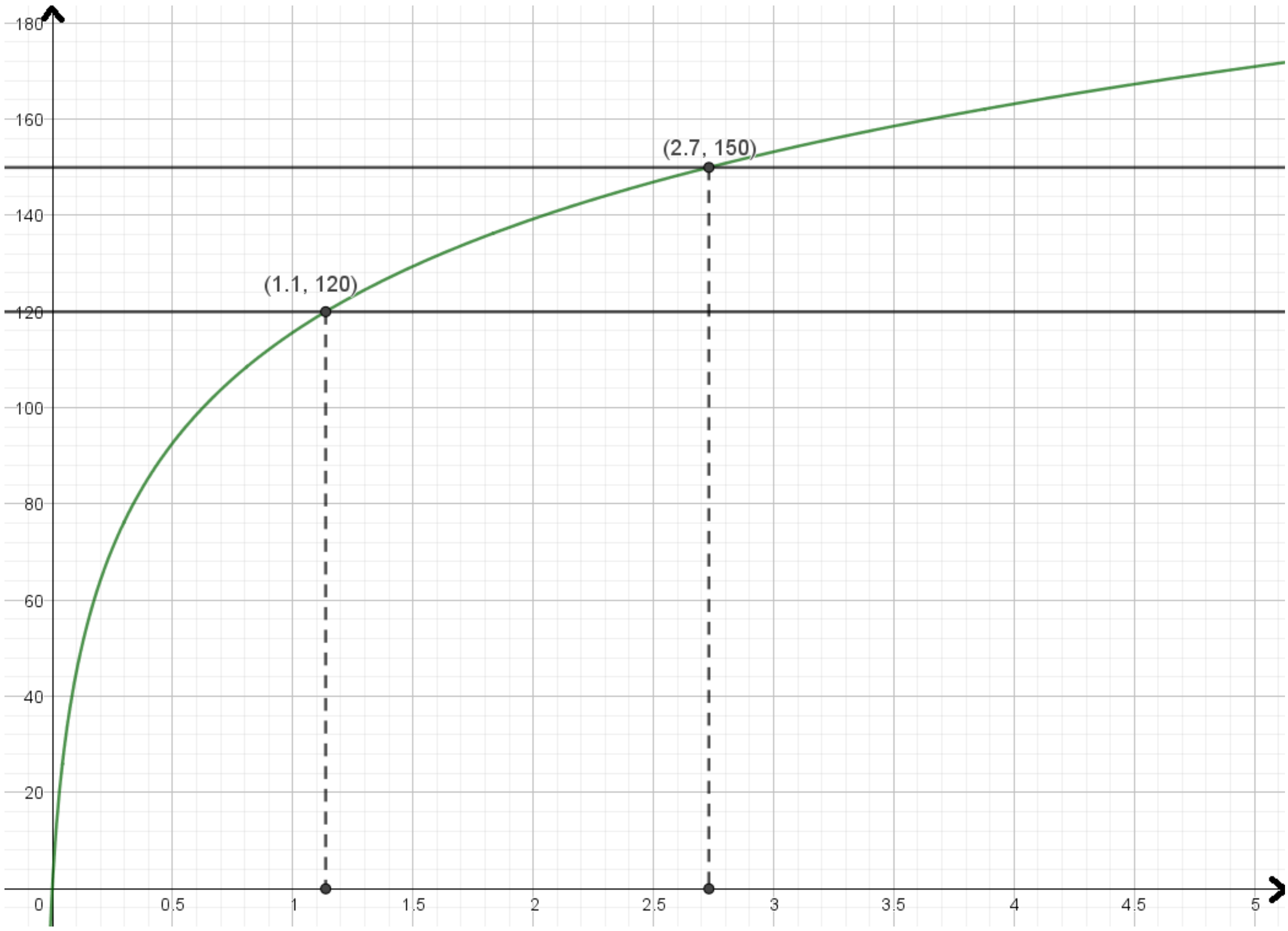
Inserimos no editor de funções da calculadora os seguintes modelos:

$$y_1 = 120 \quad ; \; y_2 = 150 \quad ; \; y_3 = 1 + 35\ln\,(25{,}5x + 0{,}98)$$

Pode-se observar a respetiva representação gráfica, com a seguinte janela de visualização:

$x_{max} = 0$ $\qquad y_{max} = 0$

$x_{min} = 5$ $\qquad y_{min} = 180$



É possível observar que o *parasail* se manteve a uma altura entre os 120 e os 150 metros durante, aproximadamente, $2{,}7 - 1{,}1 = 1{,}6$ minutos.

Pelo que o ator não tem razão na sua afirmação.

6.

6.1.

A classe modal é $[250{,}230[$

Média : $\frac{125\times16+175\times24+225\times8+275\times32+325\times20}{100} = 233$

Assim, a média não pertence à classe modal.

6.2

Considerando apenas os dados referentes às ilhas dos Açores e da Madeira, vem:

Classes	Frequência Absoluta
$[100,150[$	12
$[150,200[$	$30-12=18$
$[200,250[$	$38-30=8$
$[250,300[$	$44-38=6$
$[300,350[$	$50-44=6$

Considerando o conjunto global dos dados fornecidos (Continente e ilhas):

Classes	Frequência Absoluta (Portugal Continental e Ilhas)
$[100,150[$	$16+12=28$
$[150,200[$	$24+18=42$
$[200,250[$	$8+8=16$
$[250,300[$	$32+6=38$
$[300,350[$	$20+6=26$

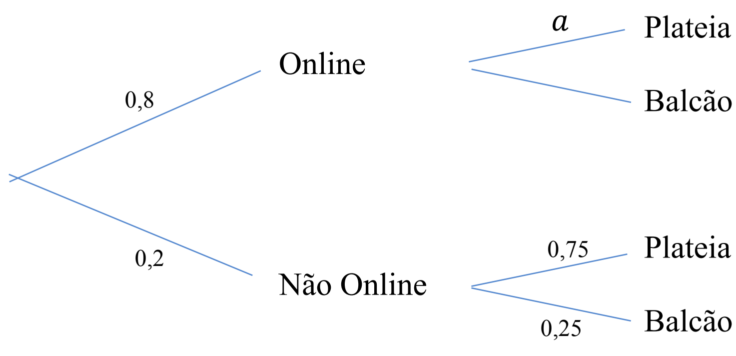
7.

7.1. Pretende-se determinar

$$P(\text{"}Ser\ Mulher\text{"}|\text{"}Ocupa\ lugar\ no\ Balcão\text{"}) = \frac{42}{88} \approx 0{,}48$$

Logo a opção correta é a (B).

7.2.



Definam-se os acontecimentos:

P: “Ocupar lugar na Plateia”

O: “Ter adquirido o bilhete Online”

Pretende-se saber $P(P|O) = a$

Ora,

$$P(P) = P(P \cap O) + P(P \cap \bar{O}) \Leftrightarrow \frac{132}{220} = 0{,}80 \times a + 0{,}2 \times 0{,}75 \Leftrightarrow a = \frac{0{,}6 - 0{,}15}{0{,}80} = 0{,}5625$$

Donde,

$$P(P|O) = 56{,}25\ \%$$

7.3.

$$P\ (\, Apenas\ de\ uma\ das\ mulheres\ escolhidas\ ocupar\ lugar\ na\ plateia) =$$

$$= \frac{73}{115} \times \frac{42}{114} + \frac{42}{115} \times \frac{73}{114} = \frac{6132}{13110} \approx 47\%$$

8. Vejamos que:

$$n = 50 \qquad z_{95\%} = 1{,}960$$

$$\left]\bar{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}}\right[$$

Assim:

$$amplitude\ do\ intervalo = 5214{,}309 - 4449{,}691 = 764{,}618$$

Ou seja:

$$2 \times z\frac{s}{\sqrt{n}} = 764{,}618 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2 \times 1{,}960 \times \frac{s}{\sqrt{50}} = 764{,}618 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 3{,}92 \times \frac{s}{\sqrt{50}} = 764{,}618 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow s = \frac{764{,}618 \times \sqrt{50}}{3{,}92} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow s \approx 1379$$

Podemos também verificar que:

$$\bar{x} - \frac{764{,}618}{2} = 4449{,}691 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \bar{x} - 382{,}309 = 4449{,}691 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \bar{x} = 4449{,}691 + 382{,}309 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \bar{x} = 4832$$