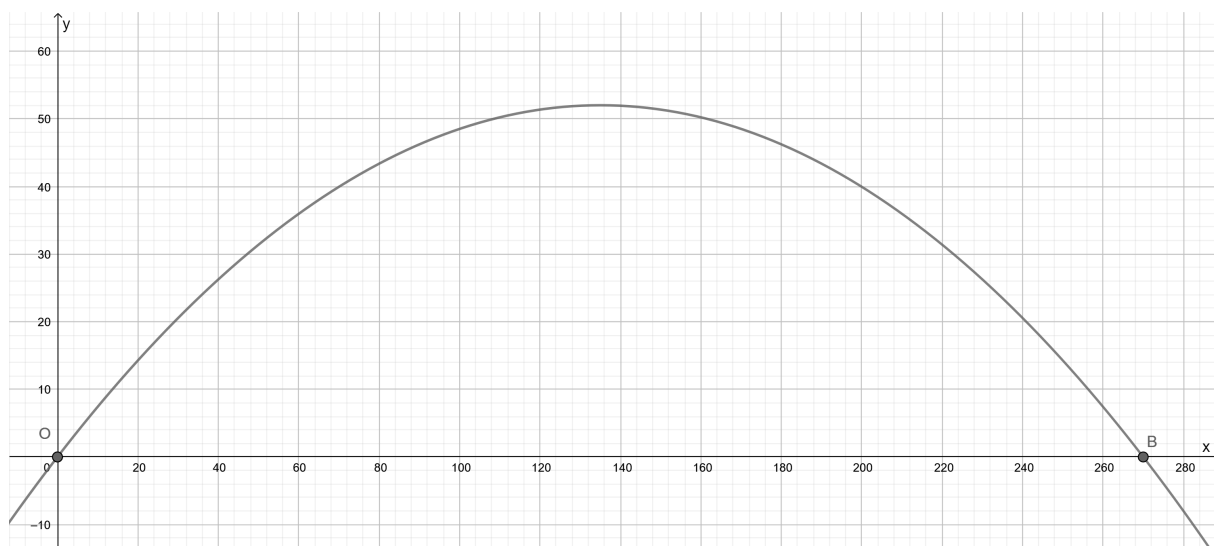


**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE MATEMÁTICA B DO ENSINO
SECUNDÁRIO
(CÓDIGO DA PROVA 735) – 1.ª FASE – 25 DE JUNHO 2019**

1.

1.1. Utilizando as capacidades gráficas da calculadora obtemos a representação gráfica da função:

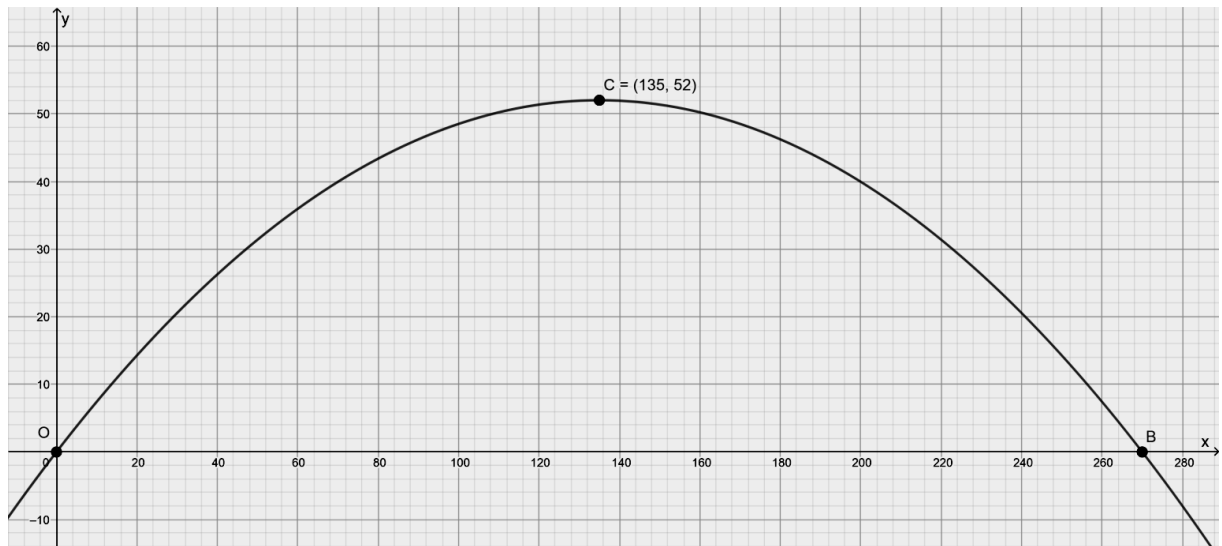


Assim, conseguimos obter as coordenadas do ponto B através da intersecção do gráfico da função com o eixo Ox , obtendo $B(270, 0)$

Como o ponto O tem coordenadas $(0,0)$, podemos afirmar que a distância até ao ponto B é de 270. Assim, o comprimento do vão da Ponte Arrábida é de 270 metros.

1.2.

Utilizando novamente as capacidades gráficas da calculadora obtemos as coordenadas do máximo da função, ponto $C(134,9; 52)$.



Como o ponto A tem a mesma abscissa do ponto C, a ordenada do ponto C indica assim o comprimento de $[AC]$

O comprimento da flecha da Ponte Arrábida é de 52 metros.

2.

2.1.

O número de visitantes no primeiro dia é dado por $N(0)$ e no último é dado por $N(364)$

$$N(0) = \frac{8000}{1 + 4e^{-0,02 \times 0}} = 1600$$

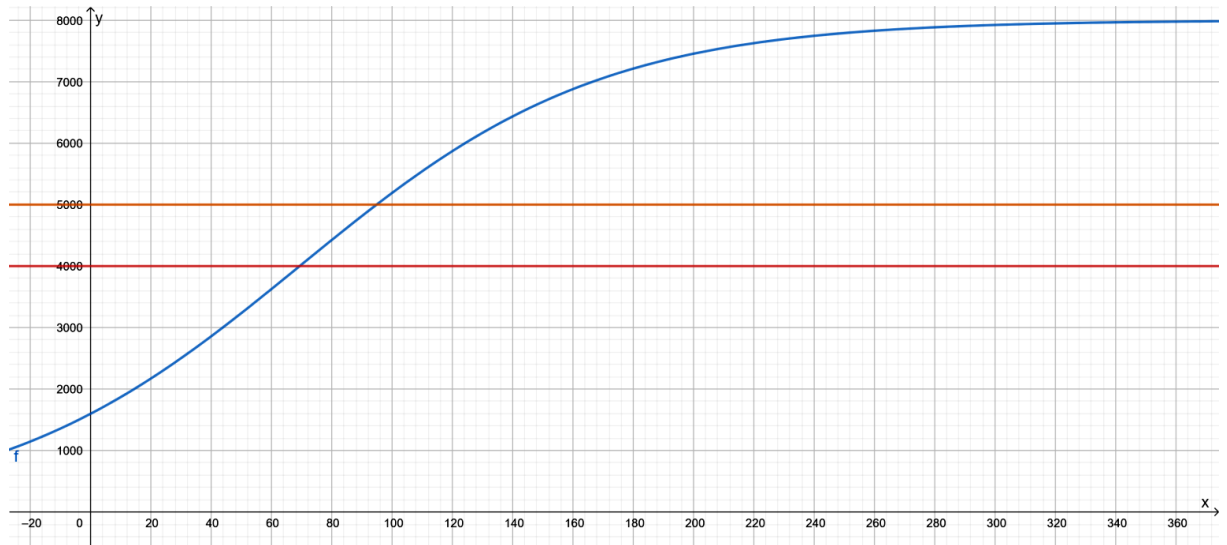
$$N(364) = \frac{8000}{1 + 4e^{-0,02 \times 364}} = 7978,007$$

$$7978,007 - 1600 \approx 6378$$

A diferença entre o número de visitantes do museu no último dia daquele ano e o número de visitantes do museu no dia da abertura é de 6378 visitantes.

2.2.

Utilizando as capacidades gráficas da calculadora obtemos a representação do modelo apresentado e das retas $y = 4000$ e $y = 5000$



Calculamos as interseções entre as retas e o modelo obtendo os seguintes pontos de interseção $(69,31; 4000)$ e $(94,86; 5000)$

Entre o 70.º dia após a abertura e o 94.º o número de visitantes do museu foi superior a 4000 e inferior a 5000, isto é, durante $94 - 70 + 1 = 25$ dias.

3.

3.1.

20 sacos de milho vendidos correspondem a 20 euros de lucro.

Ora $80 - 20 = 60$.

Como o lucro dos sacos de trigo é de 2 euros e 60 é múltiplo de 2, vendendo 30 sacos de trigo obtemos o lucro total de 80 euros, pelo que é possível que corresponda a um lucro diário.

3.2.

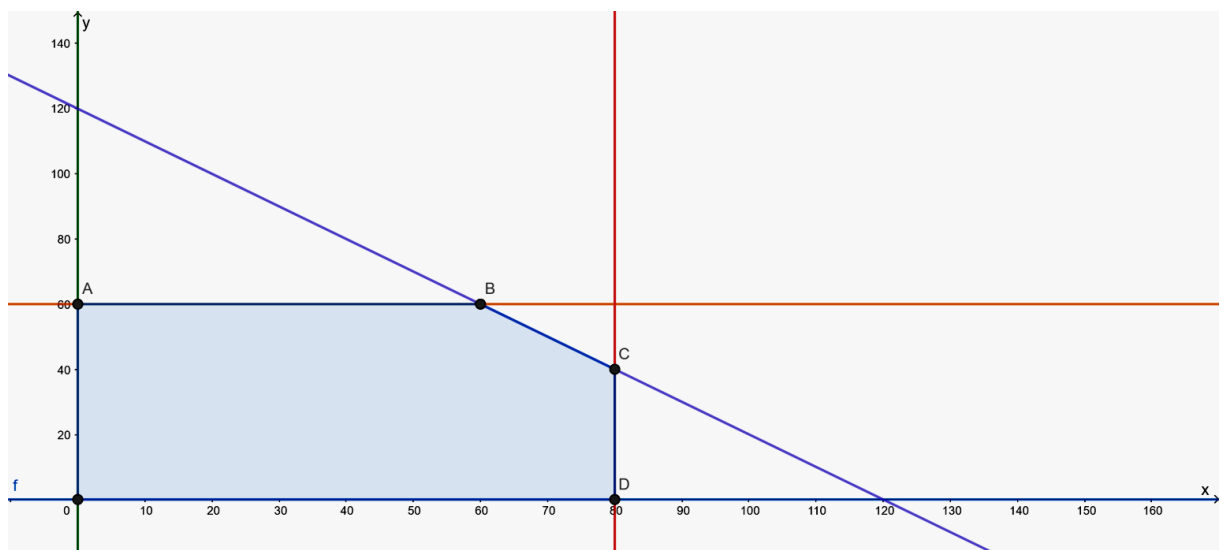
Seja: x o número de sacos de milho e y o número de sacos de trigo

x sacos de milho utilizam x kg de milho e y sacos de trigo utilizam y kg de trigo

A função objetivo, que pretendemos maximizar é: $f(x, y) = x + 2y$

$$\text{As restrições do problema são: } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 80 \\ y \leq 60 \\ x + y \leq 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 80 \\ y \leq 60 \\ y \leq -x + 120 \end{cases}$$

Construamos a região das soluções admissíveis:



Determinando as intersecções correspondentes aos vértices da região admissível, averiguamos a solução ótima:

(x, y)	$f(x, y)$
$A(0, 60)$	$f(0, 60) = 0 + 2 \times 60 = 120$
$B(60, 60)$	$f(60, 60) = 60 + 2 \times 60 = 180$
$C(80, 40)$	$f(80, 40) = 80 + 2 \times 40 = 160$
$D(80, 0)$	$f(80, 0) = 80 + 2 \times 0 = 80$

← solução ótima

Desta forma, para obter o lucro diário máximo de 180 € a padaria deve vender 60 saquinhos de milho e 60 saquinhos de trigo.

4.

4.1. Sejam (x_P, y_P) , as coordenadas do ponto P .

$$\text{Então: } \operatorname{sen} \theta = \frac{y_P}{15} \Leftrightarrow y_P = 15 \operatorname{sen} \theta$$

Seja R o ponto de intersecção do eixo das ordenadas com o nível da base. Temos assim que:

$$\overline{RO} = 18 + 15 \Leftrightarrow \overline{RO} = 33$$

$$\text{Ora } h(\theta) = \overline{RO} + y_P$$

$$\text{Logo } h(\theta) = 33 + 15 \operatorname{sen} \theta \text{ c.q.d.}$$

4.2. Pretende-se determinar os valores de $\theta \in [0, 2\pi]$ para os quais $h(\theta) = 40,5$.

Ou seja,

$$\begin{aligned} 33 + 15 \operatorname{sen} \theta &= 40,5 & \wedge & \theta \in [0, 2\pi] \\ \Leftrightarrow 15 \operatorname{sen} \theta &= 7,5 & \wedge & \theta \in [0, 2\pi] \\ \Leftrightarrow \operatorname{sen} \theta &= 0,5 & \wedge & \theta \in [0, 2\pi] \\ \Leftrightarrow \theta &= \frac{\pi}{6} \vee \theta = \frac{5\pi}{6} \end{aligned}$$

Logo, $\theta \approx 0,52$ radianos ou $\theta \approx 2,62$ radianos

5.

5.1. Os comprimentos dos lados das bases maiores dos troncos de pirâmide estão em progressão aritmética, digamos, (d_n) , de razão $r = -5,25$.

O tronco superior é o nono.

$$\text{Então, como } d_9 = d_1 + 8r, \text{ temos que } d_9 = 55 + 8 \times (-5,25) = 13$$

O comprimento pedido é igual a 13 metros.

5.2. Seja (t_n) a sucessão em que cada termo corresponde ao tempo que o turista fica no degrau n .

Como o quociente entre cada termo e o anterior é sempre constante, temos que os termos de (t_n) estão em progressão geométrica de razão $r = 1,05$.

O tempo de subida corresponde à soma dos 91 primeiros termos da progressão:

$$S_{91} = 0,5 \times \frac{1 - 1,05^{91}}{1 - 1,05} = 0,5 \times \frac{1 - 84,767}{-0,05} \approx 837,67 \text{ s}$$

$$837,67 : 60 \approx 14 \text{ minutos}$$

O turista demorou aproximadamente 14 minutos a subir toda a escadaria.

5.3. Recorrendo às capacidades da calculadora editamos duas listas, digamos, L_1 e L_2 , com **todos** os dados fornecidos e procuramos de seguida os parâmetros do modelo de regressão linear, obtendo:

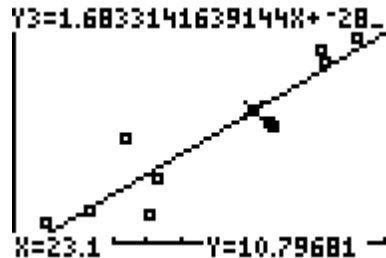
L1	L2	L3	Z
18.3	2.5		
19.4	8.5		
20.1	2.3		
20.3	5.1		
23.6	10		
23.7	9.5		
25.1	16.1		
L2(2) = 2.5			

LinReg(ax+b) L1, L2	LinReg y=ax+b
	a=1.683314164
	b=-28.08774705

Temos assim que, com $a \approx 1,683$ e $b \approx -28,088$, obtém-se o modelo $y = 1,683x - 28,088$.

Resta-nos agora calcular o valor de y quando $x = 23,1$

Podemos fazer isso graficamente:



ou analiticamente: $y = 1,683 \times 23,1 - 28,088 \approx 10,8$

Assim, o tempo de subida para um turista com Imc de 23,1 estima-se em 10,8 minutos.

6.

6.1. Pretende-se determinar o volume do tronco de pirâmide. Para isso vamos determinar o volume da pirâmide original e subtrair-lhe o volume da cúspide que desapareceu com o tempo (“ponta” da pirâmide original, que é uma pirâmide também).

As bases das pirâmides são quadrados.

Tem-se que $\overline{EG} = 146,5 - 138,8 = 7,7m$.

Os triângulos $[AGC]$ e $[DGF]$ são semelhantes (critério AA).

Assim,

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{BG}}{\overline{EG}} \Leftrightarrow \frac{230,4}{\overline{DF}} = \frac{146,5}{7,7} \Leftrightarrow \overline{DF} \approx 12,110m$$

Logo o volume atual do monumento é dado por:

$$\frac{1}{3} \times 230,4^2 \times 146,5 - \frac{1}{3} \times 12,110^2 \times 7,7 \approx 2591900m^3$$

6.2. Temos que $230,4 \div 2 = 115,2$

Desta forma o ponto C tem coordenadas $(115,2 ; 0)$.

O ponto simétrico de C em relação ao eixo das ordenadas tem coordenadas $(-115,2 ; 0)$.

6.3. Seja X a variável aleatória “quantidade de pedra instalada por dia”.

Tem-se que $X \sim N(800,12)$ e pretende-se determinar a $P(X < 776)$.

$$P(X < 776) = P(X < 800) - P(776 < X < 800)$$

Recorrendo à calculadora gráfica, determinamos a $P(776 < X < 800)$:

normalcdf (776, 800, 800, 12), obtendo-se $P(776 < X < 800) \approx 0,47725$.

Por outro lado tem-se que $P(X < 800) = 0,5$, pelo que

$$P(X < 776) = 0,5 - 0,47725 \approx 2,3\%.$$