

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE
MATEMÁTICA A DO ENSINO SECUNDÁRIO
(CÓDIGO DA PROVA 635) – 1ª FASE – 13 DE JULHO 2021

1.

1.1.

Seja $\vec{u}(-3, -2, 2)$ um vetor diretor de EF e \vec{v} um vetor diretor da reta perpendicular a EF que passa no ponto E .

Dado que as retas são perpendiculares, temos que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

Podemos, assim, verificar que

(A) $(-3, -2, 2) \cdot (2, -3, 0) = -6 + 6 = 0$

(B) $(-3, -2, 2) \cdot (0, 3, -3) = -6 - 6 \neq 0$

(C) $(-3, -2, 2) \cdot (0, 3, 3) = -6 + 6 = 0$

(D) $(-3, -2, 2) \cdot (2, 0, -3) = -6 - 6 \neq 0$

As respostas possíveis são a (A) e (C).

Verifiquemos se o ponto E pertence a uma das retas

$$(A) \begin{cases} 7 = 7 + 2k \\ 2 = -3 - 3k \\ 15 = 3 \end{cases} \text{ Condição Impossível} \quad (C) \begin{cases} 7 = 7 \\ 2 = -10 + 3k \\ 15 = 3 + 3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 7 \\ k = 4 \\ k = 4 \end{cases} \text{ logo pertence.}$$

A resposta correta é a opção: (C)

1.2.

A equação da superfície esférica de centro no ponto B e que passa no ponto D , tem centro num ponto do eixo Oy e raio igual a $d(E, G)$.

Ora,

$$d(E, G) = \sqrt{(6 - 7)^2 + (10 - 2)^2 + (13 - 15)^2} = \sqrt{1 + 64 + 4} = \sqrt{69};$$

Para determinarmos o ponto $B(0, y, 0)$,

Podemos considerar que B pertence ao plano ABG .

A equação do plano ABG é da forma $-3x - 2y + 2z + d = 0$, pois a reta EF é perpendicular ao plano ABG .

Como o plano ABG contém o ponto G , temos:

$$-3 \times 6 - 2 \times 10 + 2 \times 13 + d = 0 \Leftrightarrow d = 12$$

A equação do plano é: $-3x - 2y + 2z + 12 = 0$

Como B pertence ao plano e ao eixo Oy , temos:

$$-3 \times 0 - 2y + 2 \times 0 + 12 = 0 \Leftrightarrow y = 6$$

Logo as coordenadas do ponto B são: $(0,6,0)$

A equação da superfície esférica pedida é:

$$x^2 + (y - 6)^2 + z^2 = 69$$

2.

A área do triângulo $[ABC]$ é dada por:

$$A_{[ABC]} = \frac{\overline{OC} \times |y_A|}{2} + \frac{\overline{OC} \times |y_B|}{2}$$

Sendo uma circunferência de centro em O e raio 3

Como $\widehat{COA} = \alpha$, temos que as coordenadas do ponto A são $(3 \cos \alpha, 3 \operatorname{sen} \alpha)$;

Como $\widehat{COB} = \alpha - \pi$ temos que as coordenadas do ponto B são $(3 \cos(\alpha - \pi), 3 \operatorname{sen}(\alpha - \pi))$

Assim:

$$\overline{OC} = |3 \cos \alpha| = -3 \cos \alpha$$

$$|y_A| = 3 \operatorname{sen} \alpha \quad \text{e} \quad |y_B| = -3 \operatorname{sen}(\alpha - \pi) = 3 \operatorname{sen} \alpha$$

$$A_{[ABC]} = \frac{-3 \cos \alpha \times 3 \operatorname{sen} \alpha}{2} + \frac{-3 \cos \alpha \times 3 \operatorname{sen} \alpha}{2} = -3 \cos \alpha \times 3 \operatorname{sen} \alpha = -9 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$$

c.q.d.

3.

Consideremos os acontecimentos A : “o estudante escolhido é rapaz” e B : “o estudante escolhido é estrangeiro”.

Do enunciado sabe-se que $P(\bar{A}) = 0,6 \Leftrightarrow P(A) = 0,4$;

Sabe-se, também, que $P(A \cap B) = 0,15$.

Pede-se a probabilidade de o estudante escolhido ser português, sabendo que é que rapaz,

ou seja, $P(\bar{B}|A)$

$$\text{Assim, } P(\bar{B}|A) = \frac{P(\bar{B} \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,4 - 0,15}{0,4} = \frac{0,25}{0,4} = 0,625 \text{ , ou seja,}$$

$$P(\bar{B}|A) = 62,5\%$$

A resposta correta é a opção: **(D)**

4.

Tem-se que:

Dos três dirigentes escolhem-se dois para conduzirem cada um dos veículos. O número de maneiras de o fazer é 3C_2 . Para cada uma destas maneiras, os dois dirigentes escolhidos permutam de $2!$ maneiras pelos dois veículos.

Portanto, para as posições de condução nos dois veículos temos ${}^3C_2 \times 2! = {}^3A_2$ possibilidades.

No carro têm de viajar dois jogadores do sexo masculino e dois do sexo feminino. Assim, dos cinco do sexo masculino escolhem-se dois. O número de maneiras de o fazer é 5C_2 .

Dos cinco do sexo femininos escolhem-se dois, o número de maneiras de o fazer é 5C_2 .

Para cada uma destas maneiras, os quatro jogadores permutam de $4!$ maneiras distintas nos quatro lugares do carro. Portanto, para ocupar os restantes quatro lugares do carro temos ${}^5C_2 \times {}^5C_2 \times 4!$ possibilidades.

Finalmente, as restantes oito pessoas permutam de $8!$ maneiras distintas nos restantes oito lugares da carrinha.

Assim, uma expressão que dá o número de maneiras diferentes de distribuir os catorze elementos pelos catorze lugares é ${}^3A_2 \times {}^5C_2 \times {}^5C_2 \times 4! \times 8!$.

5.

O número de casos possíveis é ${}^{30}C_5$, que é o número de maneiras de escolher cinco alunos entre os trinta.

Tem-se que 60% são raparigas, ou seja $0,6 \times 30 = 18$ são raparigas e, portanto, doze são rapazes.

Um terço dos rapazes têm 17 anos, ou seja, como $\frac{1}{3} \times 12 = 4$, quatro rapazes têm 17 anos e, portanto, os restantes oito rapazes têm 15 ou 16 anos;

Um terço das raparigas têm 15 ou 16 anos, ou seja, como $\frac{1}{3} \times 18 = 6$, seis raparigas têm 15 ou 16 anos e, portanto, as restantes doze raparigas têm 17 anos.

Consequentemente, dezasseis (4+12) alunos têm 17 anos e catorze (8+6) têm 15 ou 16 anos.

Assim, temos de escolher o André e a Beatriz, o número de maneiras de o fazer é 2C_2 .

Dos dezasseis alunos com 17 anos escolhem-se dois, o número de maneiras de o fazer é ${}^{16}C_2$.

Finalmente, dos restantes doze alunos (excluem-se o André e a Beatriz) com 15 ou 16 anos escolhe-se um, sendo o número de maneiras de o fazer ${}^{12}C_1$.

Logo, o número de casos favoráveis é ${}^2C_2 \times {}^{16}C_2 \times {}^{12}C_1 = {}^{16}C_2 \times 12$ e a probabilidade pedida é:

$$\frac{{}^{16}C_2 \times 12}{{}^{30}C_5} \approx 0,01.$$

6.

Tem-se que (v_n) é uma progressão geométrica, logo sabe-se que $v_8 = v_5 \times r^3$ em que r é a razão. Assim sendo, e atendendo ao enunciado,

$$108 = 4 \times r^3 \Leftrightarrow r^3 = 27 \Leftrightarrow r = 3$$

Como $v_6 = v_5 \times r$, obtemos que $v_6 = 12$.

A resposta correta é a opção: (A)

7.

A subsucessão dos termos de ordem ímpar é dada pela expressão $2 + \frac{1}{n}$.

Pretende-se calcular quantos termos de ordem ímpar verificam a condição $\frac{83}{41} \leq u_n \leq \frac{67}{33}$.

Temos:

$$\frac{83}{41} \leq u_n \leq \frac{67}{33} \xLeftrightarrow[(n \text{ ímpar})] \frac{83}{41} \leq 2 + \frac{1}{n} \leq \frac{67}{33} \Leftrightarrow \frac{1}{41} \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{33} \Leftrightarrow 33 \leq n \leq 41$$

Conclui-se assim que existem 5 termos de ordem ímpar da sucessão (u_n) pertencentes

ao intervalo $\left[\frac{83}{41}, \frac{67}{33}\right]$.

8.

Calculemos w :

$$w = \frac{z_1}{z_2} = \frac{2e^{i\frac{\pi}{4}}}{2e^{i\frac{3\pi}{28}}} = \left(\frac{2}{2}\right) e^{i\left(\frac{\pi}{4} - \frac{3\pi}{28}\right)} = e^{i\left(\frac{7\pi}{28} - \frac{3\pi}{28}\right)} = e^{i\left(\frac{4\pi}{28}\right)} = e^{i\left(\frac{\pi}{7}\right)}$$

Um dos outros vértices do polígono pertence ao semieixo real positivo, assim, esse vértice será o afixo do número complexo $e^{i(0)}$.

Ora, como os argumentos dos números complexos que são raízes de índice n de um determinado número complexo estão em progressão aritmética de razão $\frac{2\pi}{n}$, em que n é o número de vértices do polígono

regular, temos:

$$\frac{\pi}{7} - 0 = \frac{2k\pi}{n}, n \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{Z}^+$$

$$\frac{\pi}{7} = \frac{2k\pi}{n} \Leftrightarrow n\pi = 14k\pi \Leftrightarrow n = 14k.$$

Como $k \in \mathbb{Z}^+$, temos que o menor valor de n é 14, isto é, o número mínimo de vértices do polígono é 14.

A resposta correta é a opção: (B)

9.

Calculemos w .

$$w = \frac{z_1 \times z_2}{z_3} = \frac{(-3 + 2i)(1 + 2i)}{2 - i} = \frac{-3 - 6i + 2i + 4i^2}{2 - i} = \frac{-3 - 4i - 4}{2 - i} = \frac{-7 - 4i}{2 - i} =$$

$$= \frac{(-7 - 4i)(2 + i)}{(2 - i)(2 + i)} = \frac{-14 - 7i - 8i - 4i^2}{2^2 + 1^2} = \frac{-14 + 4 - 15i}{5} = -2 - 3i$$

$$|w| = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}. \quad (1)$$

Vejamos agora o que podemos concluir acerca do argumento do número complexo w .

Seja:

$$\beta = \text{Arg}(w).$$

$$\text{Sabemos que } \beta \in 3^{\text{º}}Q \quad \wedge \quad \text{tg}(\beta) = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Como, por um lado, } \beta \in 3^{\text{º}}Q, \text{ isto é, } \beta \in \left] -\pi, -\frac{\pi}{2} \right[.$$

$$\text{E, por outro lado, como } -3 = \text{Im}(w) < -2 = \text{Re}(w), \text{ temos que } \beta > -\frac{3\pi}{4}.$$

$$\text{Assim, } \beta \in \left] -\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{2} \right[\quad (2)$$

De (1) e (2), resulta que a proposição $|w| = \sqrt{13} \quad \wedge \quad \text{Arg}(w) \in \left] -\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{2} \right[$ é verdadeira.

10.**10.1.**

Uma função f diz-se contínua no ponto $x = 1$ do seu domínio se e só se:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$$

Determinemos:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1^2(1 + 2 \ln 1) = -1(1 + 2 \times 0) = -1 \times 1 = -1$$

$$f(1) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{5 - 5e^{x-1}}{x^2 + 3x - 4} = \frac{0}{0}$$

Aplicando a regra de *Ruffini* para fazer a decomposição de $x^2 + 3x - 4$ em fatores, vem:

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 3 & -4 \\ 1 & & 1 & 4 \\ \hline & 1 & 4 & 0 = R \end{array}$$

$$x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$$

Então:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{5 - 5e^{x-1}}{x^2 + 3x - 4} = -5 \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(e^{x-1} - 1)}{(x + 4)(x - 1)}$$

Fazendo a mudança de variável $y = x - 1$ ($x = y + 1$). Como, quando $x \rightarrow 1$ então $y \rightarrow 0$, logo:

$$\begin{aligned} & -5 \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(e^{x-1} - 1)}{(x+4)(x-1)} = -5 \lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{(e^y - 1)}{(y+5)y} = \\ & = -5 \lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{1}{y+5} \times \underbrace{\lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{e^y - 1}{y}}_{\text{Limite Notável}} = -5 \frac{1}{0+5} \times 1 = -1 \times 1 = -1 \end{aligned}$$

Consequentemente, como $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = -1$ então

a função f é contínua em $x = 1$.

10.2.



Para $x \in]0,1[$ tem-se $f(x) = -x^2(1 + 2 \ln x)$.

Derivando f , temos:

$$f'(x) = (-2x \times (1 + 2 \ln x)) + \left(-x^2 \times \left(0 + \frac{2}{x} \right) \right) = -2x - 4x \ln x - 2x = -4x - 4x \ln x$$

Determinemos os zeros da derivada:

$$\begin{aligned} f'(x) = 0 & \Leftrightarrow -4x - 4x \ln x = 0 \Leftrightarrow -4x(1 + \ln x) = 0 \Leftrightarrow -4x = 0 \vee 1 + \ln x = 0 \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow x = 0 \vee \ln x = -1 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = e^{-1} \Leftrightarrow x = \frac{1}{e} \end{aligned}$$

x	0		$\frac{1}{e}$		1
$-4x$		-	-	-	
$1 + \ln x$		-	0	+	
f'		+	0	-	
f			M		

Conclui-se que f é crescente em $\left]0, \frac{1}{e}\right]$ e decrescente em $\left[\frac{1}{e}, 1\right[$

$$f\left(\frac{1}{e}\right) = -\left(\frac{1}{e}\right)^2 \times \left(1 + 2 \ln\left(\frac{1}{e}\right)\right) = \left(\frac{1}{e}\right)^2 = \frac{1}{e^2}$$

Tem um máximo igual a $\frac{1}{e^2}$, para $x = \frac{1}{e}$

11.

Pretendemos mostrar que existe pelo menos um ponto no intervalo $\left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[$ tal que a reta tangente ao gráfico da função nesse ponto tem declive $-\frac{1}{2}$, ou seja, $\exists c \in \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[: g'(c) = -\frac{1}{2}$.

Comecemos por derivar a função g :

$$g'(x) = (x \cos x + \sin x)' = \cos x - x \sin x + \cos x = 2 \cos x - x \sin x$$

Segundo o Teorema de Bolzano-Cauchy:

Se f for uma função contínua num determinado intervalo $[a, b]$, então para qualquer valor d compreendido entre $f(a)$ e $f(b)$, existe pelo menos um valor c pertencente ao intervalo $]a, b[$ tal que $f(c) = d$.

Ora g' é contínua em \mathbb{R} pois resulta de produtos e de somas de funções contínuas. Logo g' é contínua em $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$.

$$g'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} = 2 \times 0 - \frac{\pi}{2} \times 1 = -\frac{\pi}{2}$$

$$g'\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 2 \cos \frac{3\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} \sin \frac{3\pi}{2} = 2 \times 0 - \frac{3\pi}{2} \times (-1) = \frac{3\pi}{2}$$

Como, $-\frac{\pi}{2} < -\frac{1}{2} < \frac{3\pi}{2}$.

Logo, pelo Teorema de Bolzano-Cauchy $\exists c \in \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[: g'(c) = -\frac{1}{2}$.

Concluimos, assim, que existe pelo menos um ponto pertencente ao gráfico da função g tal que a reta tangente ao gráfico de g nesse ponto tem declive $-\frac{1}{2}$.

12.

Determinemos o declive:

$$\begin{aligned} m &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{2x^2 - \ln x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{2x^3 - x \ln x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{x^3 \left(2 - \frac{\ln x}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2 - \frac{\ln x}{x^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2 - \frac{1}{x} \times \frac{\ln x}{x}} = \frac{1}{2 - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \times \underbrace{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}}_{\substack{\text{limite} \\ \text{notável}}}} = \frac{1}{2 - 0 \times 0} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Determinemos a ordenada na origem:

$$\begin{aligned} b &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (h(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3}{2x^2 - \ln x} - \frac{1}{2}x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 2x^3 + x \ln x}{4x^2 - 2 \ln x} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \ln x}{4x^2 - 2 \ln x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(\frac{\ln x}{x}\right)}{x^2 \left(4 - 2 \frac{\ln x}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{\ln x}{x}}{4 - 2 \times \frac{1}{x} \times \frac{\ln x}{x}} = \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}}{4 - 2 \times \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \times \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}} = \frac{0}{4 - 2 \times 0 \times 0} = 0 \end{aligned}$$

considerando o limite notável $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$.

Conclui-se que o gráfico da função h tem uma assíntota oblíqua, quando $x \rightarrow +\infty$, de equação reduzida $y = \frac{1}{2}x$.

13.

13.1.

Determinemos a altura do combustível no depósito no início do vazamento:

$$a(0) = 1,8 - (0,216 + 0,0039 \times 0)^{\frac{2}{3}} = 1,44$$

A altura do combustível quando este ocupa metade da capacidade do depósito será metade do diâmetro,

ou seja: $\frac{1,8}{2} = 0,9$

Assim a diferença pedida é: $1,44 - 0,9 = 0,54$

A resposta correta é a opção: **(B)**

13.2.

Uma equação que traduz o problema é:

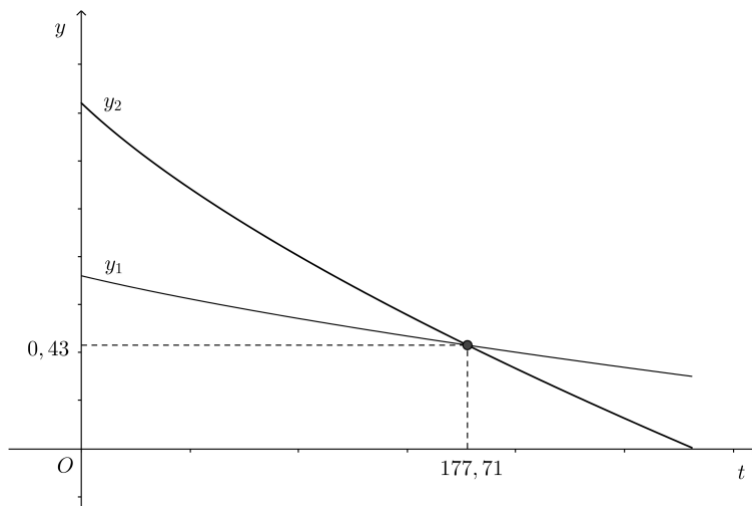
$$\frac{a(t)}{2} = a(2t)$$

Ou seja:

$$\frac{1,8 - (0,216 + 0,0039 \times t)^{\frac{2}{3}}}{2} = 1,8 - (0,216 + 0,0078 \times t)^{\frac{2}{3}}$$

Assim, visualizamos na calculadora, numa janela adequada, os gráficos das funções:

$$y_1(t) = \frac{1,8 - (0,216 + 0,0039 \times t)^{\frac{2}{3}}}{2} \quad \text{e} \quad y_2(t) = 1,8 - (0,216 + 0,0078 \times t)^{\frac{2}{3}}$$



Do gráfico concluímos que $t_1 = 177,71$ min, ou seja, na forma pedida o valor de t_1 é 2h e 58 min.

14.

A equação $\ln((1-x)e^{x-1}) = x$ tem como domínio $D = \{x \in \mathbb{R}: (1-x)e^{x-1} > 0\}$.

Como $e^{x-1} > 0$, tem-se que $(1-x)e^{x-1} > 0 \Leftrightarrow 1-x > 0$, donde $x < 1$.

Assim, $D =]-\infty, 1[$

Em D ,

$$\ln((1-x)e^{x-1}) = x \Leftrightarrow (1-x)e^{x-1} = e^x \Leftrightarrow \frac{1-x}{e} e^x = e^x \Leftrightarrow \frac{1-x}{e} = 1 \Leftrightarrow x = 1 - e.$$

Como $(1-e) \in D$, este é o único número real que é solução da equação dada.

15.

Como A , B e C são pontos de interseção dos gráficos de f e de g , as suas abcissas são soluções da equação $f(x) = g(x)$ no domínio dado.

Ora,

$$k \sin(2x) = k \cos x \Leftrightarrow 2k \sin x \cos x - k \cos x = 0 \Leftrightarrow k \cos x (2 \sin x - 1) = 0.$$

Como $k \neq 0$, tem-se que:

$$k \cos x (2 \sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \vee \sin x = \frac{1}{2}.$$

No domínio dado,

$$-\frac{\pi}{2} \text{ e } \frac{\pi}{2} \text{ são soluções da equação } \cos x = 0 \text{ e } \frac{\pi}{6} \text{ é solução da equação } \sin x = \frac{1}{2}.$$

Considerando as condições sobre as abcissas dos pontos A , B e C , que $-\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{2}$ e ainda que

$$f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = k \times \sin(-\pi) = 0, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = k \times \sin(\pi) = 0, f\left(\frac{\pi}{6}\right) = k \times \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{k\sqrt{3}}{2},$$

Temos que:

$$A\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right); \quad B\left(\frac{\pi}{6}, \frac{k\sqrt{3}}{2}\right) \quad \text{e} \quad C\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$$

Como o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B , tem-se que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

$$\overrightarrow{AB} = B - A = \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}, \frac{k\sqrt{3}}{2}\right) = \left(\frac{2\pi}{3}, \frac{k\sqrt{3}}{2}\right) \text{ e}$$

$$\overrightarrow{BC} = C - B = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}, -\frac{k\sqrt{3}}{2}\right) = \left(\frac{\pi}{3}, -\frac{k\sqrt{3}}{2}\right),$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \left(\frac{2\pi}{3}, \frac{k\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \left(\frac{\pi}{3}, -\frac{k\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{2\pi^2}{9} - \frac{3k^2}{4} = \frac{8\pi^2 - 27k^2}{36}.$$

Assim:

$$\frac{8\pi^2 - 27k^2}{36} = 0 \Leftrightarrow k^2 = \frac{8\pi^2}{27}.$$

$$\text{Como } k > 0, \text{ tem-se que } k = \sqrt{\frac{8\pi^2}{27}} = \sqrt{\frac{8}{27}}\pi$$