

**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE MATEMÁTICA B
 DO ENSINO SECUNDÁRIO
 (CÓDIGO DA PROVA 735) – 2ª FASE – 22 DE JULHO 2024**

1. A solução $(9, 9)$ não é admissível porque não satisfaz a restrição $x + y \leq 16$

Para as restantes soluções obtemos:

$$L(10, 6) = 40 \times 10 + 50 \times 6 = 700$$

$$L(8, 8) = 40 \times 8 + 50 \times 8 = 720$$

$$L(6, 10) = 40 \times 6 + 50 \times 10 = 740 \text{ que corresponde à melhor solução.}$$

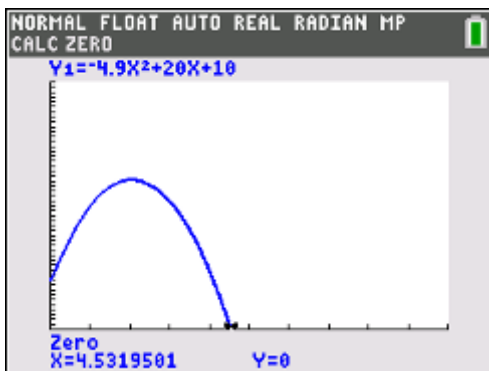
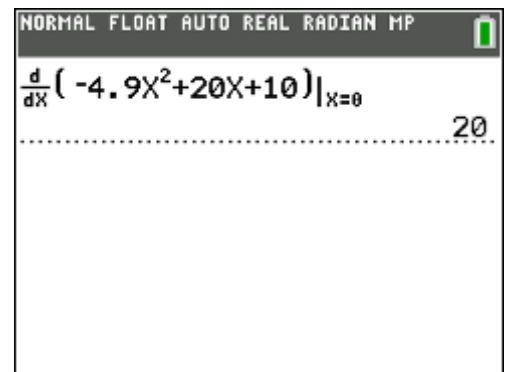
Resposta: opção D.

2. A solu

2.1. Para obter o valor para o espaço I há que calcular $h(0) = -4,9 \times 0 + 20 \times 0 + 10 = 10$

Para obter o valor para o espaço II há que calcular $h'(0)$ isto é, o valor da taxa de variação instantânea da função h quando $x = 0$. Podemos fazê-lo com recurso à calculadora:

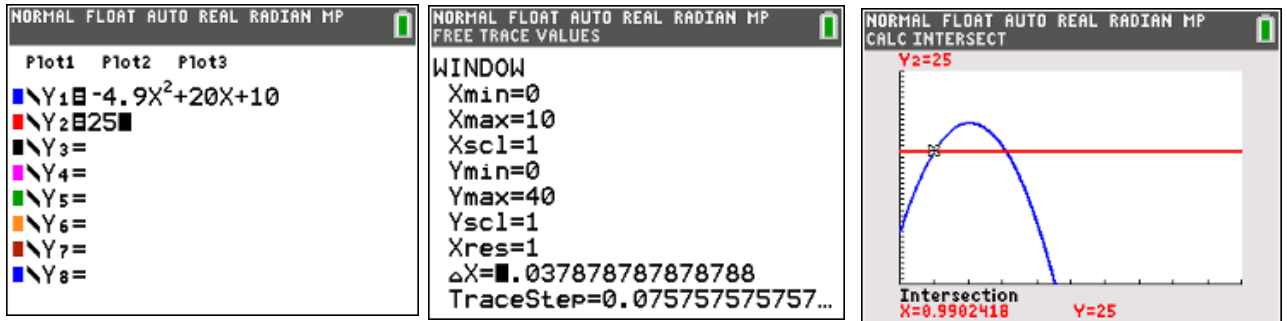
Para obter o valor III basta fazer $h(t) = 0$ onde também podemos usar a calculadora para obter o valor de t :



Resposta: I – b) ; II – c) e III – b)

2.2. Temos que resolver a equação $h(t) = 25$

Vamos optar por uma resolução gráfica, editando a função $Y1 = -4,9x^2 + 20x + 10$ e $Y2 = 25$, determinando de seguida a primeira das interseções dos dois gráficos:



Temos então que $h(t) = 25 \Leftrightarrow t \approx 0,99 \approx 1$

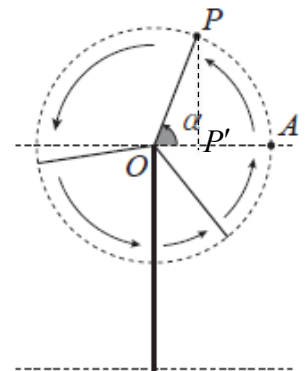
Resposta: O projétil demorou, aproximadamente, 1 segundo a atingir, pela primeira vez, os 25 metros.

3. Usando o esquema da figura 2 facilmente verificamos que $d(\alpha) = 67 + \overline{PP'}$, onde 67 é a altura da torre e P' é a projeção ortogonal do ponto P sobre a semirreta $\dot{O}A$.

$$\text{Ora, } \sin(\alpha) = \frac{\overline{PP'}}{\overline{OP}} \Leftrightarrow \overline{PP'} = \overline{OP} \times \sin(\alpha) \Leftrightarrow \overline{PP'} = 33 \times \sin(\alpha)$$

$$\text{Então vem } d(\alpha) = 67 + 33 \sin(\alpha)$$

Resposta: Opção B.



4. Somando todas as frequências obtemos: $1 + 1 + 1 + 4 + 3 + 7 + 3 + 1 = 21$, isto é, o total de recém-nascidos. O valor da mediana corresponde ao valor do 11º dado desta distribuição, se ordenássemos os dados de forma crescente $(10 + 1 + 10)$. Ora o 11º dado situa-se na classe que apresenta a frequência 7.

Resposta: A mediana pertence à classe $[35, 36[$.

5. Estamos perante uma distribuição normal, digamos X , de valor médio $\mu = 34,88$.

Sabemos que a distribuição normal é simétrica em relação ao valor médio, isto é,

$$P(X < \mu) = P(X > \mu) = 50\%, \text{ logo } P(X > 34,88) = 50\%.$$

Como $35,88 > 34,88$, então $P(X < 35,88) = P(X < 34,88) + P(34,88 < X < 35,88)$, logo $P(X < 35,88) > 50\%$

$33,88 = 34,88 - 1$ e, atendendo à simetria da distribuição temos que ter $P(X < 33,88) = P(X > 34,88 + 1) \Leftrightarrow P(X < 33,88) = P(X > 35,88)$

Resposta: I – b) ; II – c) e III – c)

6.

6.1. Como cada pódio, a partir do primeiro, tem mais 15 cm de altura que o anterior, então a diferença $p_{n+1} - p_n = 15$ para qualquer $n \geq 1$ e sendo (p_n) a sucessão das alturas dos pódios. Pelo facto desta diferença ser constante estamos perante uma sucessão, (p_n) , que é uma progressão aritmética e a sua razão é 15.

6.2. Começemos por determinar o comprimento total das 25 traves: $25 \times 75 = 1875$ cm

O termo geral da sucessão das alturas dos postes é $p_n = 75 + (n-1) \times 15$, pelo que o seu 25º termo é:

$$p_{25} = 75 + 24 \times 15 = 435 \text{ cm que corresponde à altura do último pódio.}$$

Como cada pódio leva dois postes, então o comprimento total de tubo necessário para os postes é dado

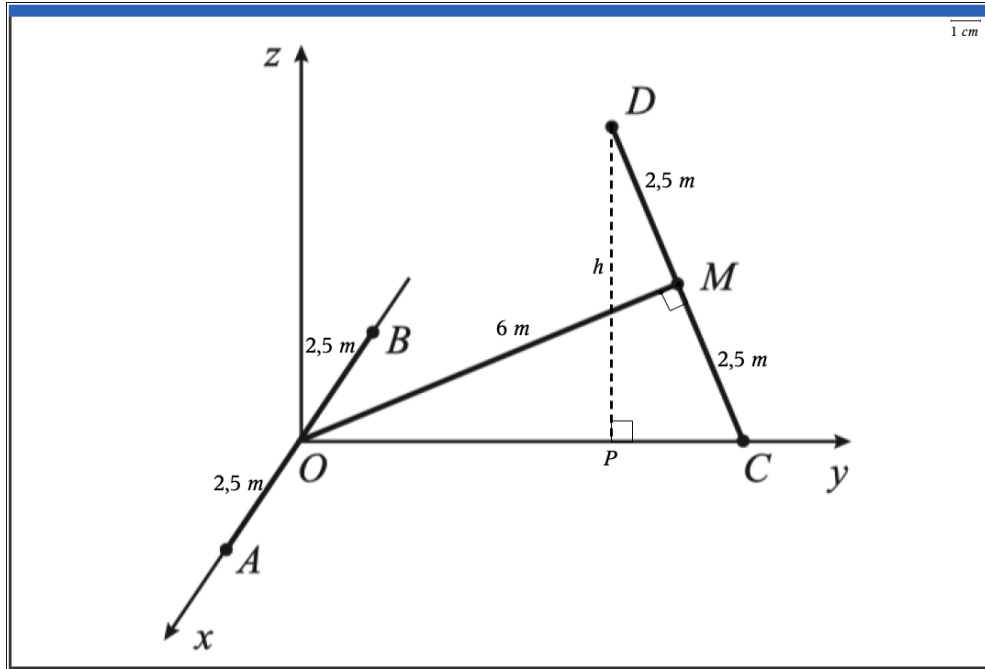
$$\text{por: } 2 \times \frac{75 + 435}{2} \times 25 = 510 \times 25 = 12750 \text{ cm}$$

Temos, assim, $1875 + 12750 = 14625$ cm

Resposta: São necessários 146,25 metros de tubo para construir os 25 pódios.

7.

Consideremos a figura abaixo, construída com os dados do enunciado



7.1.

Para determinar a altura da estrutura temos que determinar a distância de D a P, a que chamamos h . Reparemos que os triângulos $[OCM]$ e $[DCP]$ são semelhantes. Têm, de um para o outro, dois ângulos iguais: ambos são retângulos e têm um ângulo em comum.

Pelo teorema de Pitágoras podemos determinar a distância de O a C: $\overline{OC}^2 = 6^2 + 2,5^2$, resolvendo esta equação obtemos $\overline{OC}^2 = 6^2 + 2,5^2 \Leftrightarrow \overline{OC}^2 = 36 + 6,25 \Leftrightarrow \overline{OC} = \pm\sqrt{42,25}$, como só nos interessa a raiz positiva vem que $\overline{OC} = 6,5$.

Como os triângulos são semelhantes, verifica-se que: $\frac{\overline{DP}}{\overline{OM}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{OC}}$, ou seja, $\frac{\overline{DP}}{6} = \frac{2,5}{6,5} \Leftrightarrow \overline{DP} = \frac{6 \times 2,5}{6,5} \Leftrightarrow \overline{DP} = 4,62$

A altura da escultura é de 4,62 metros.

7.2.

Uma vez que o volume do cubo é 343 m^3 , então a medida do comprimento da aresta do cubo é $\sqrt[3]{343} = 7$, e então a abcissa de Q é $-\frac{7}{2} = -3,5$, a ordenada é 7 e a cota também é 7, logo as coordenadas de Q são $(-3,5; 7; 7)$.

8.

8.1.

O número, N , em milhares, de ouvintes da rádio ao longo da emissão especial é dado, aproximadamente, por

$$N(t) = 8,04 - (0,1t - 1,4)^2 \times e^{0,8-0,05t}, \text{ com } 0 \leq t \leq 24$$

8.1.1.

Para determinarmos quanto variou o número de ouvintes entre as 8 horas e as 10 horas e 15 minutos, necessitamos de calcular quantos ouvintes havia às 8 horas, e estes eram $N(8) = 7,5029$ e às 10 horas e 15 minutos e a essa hora havia $N(10,25) = 7,8525$.

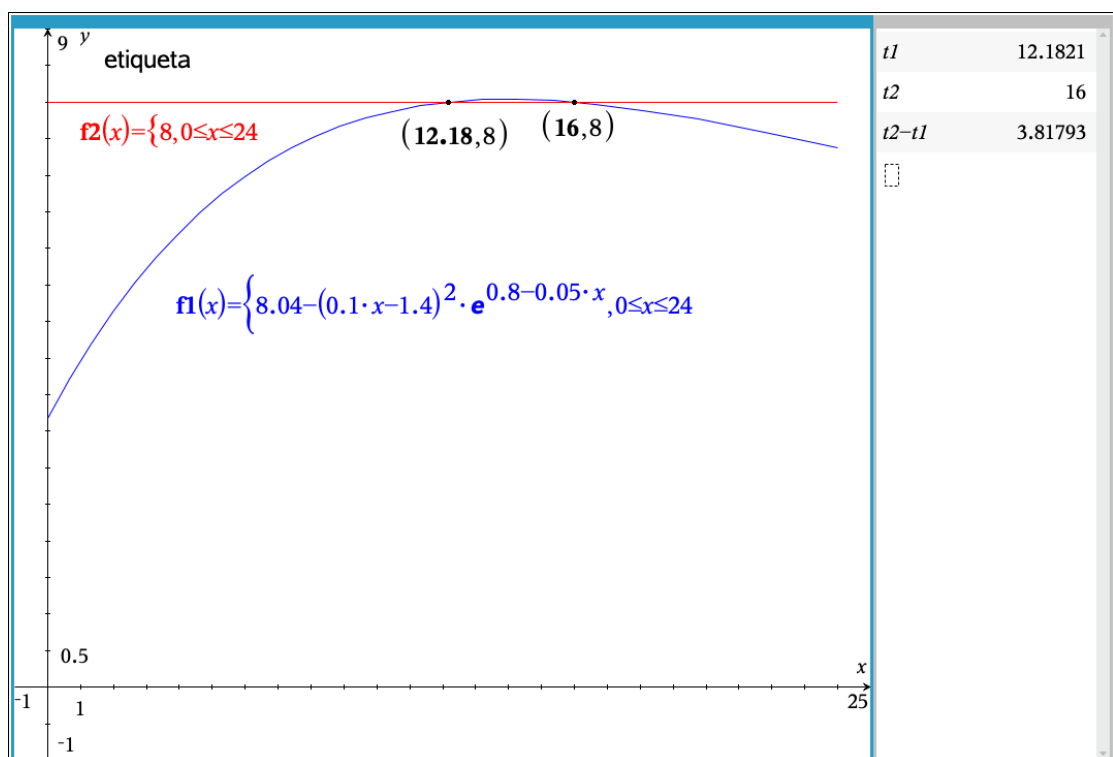
A variação foi de $N(10,25) - N(8) = 7,8525 - 7,5029 = 0,3496$

Dado que N , vem em milhares, a variação foi de $0,3496 \times 1000 \approx 350$.

Portanto, houve uma variação de 350 ouvintes.

8.1.2.

Para determinarmos se a duração do concerto pode ter sido de 4 horas consideremos o gráfico abaixo



Na figura observamos os gráficos de $N(t) = f1(x)$ e de $y = f2(x) = 8$, porque 8000 ouvintes corresponde a $t = 8$ considerando a interseção dos dois gráficos vemos que a duração do concerto foi de aproximadamente 3,8 horas.

Assim, podemos afirmar que a emissão do concerto não durou 4 horas.

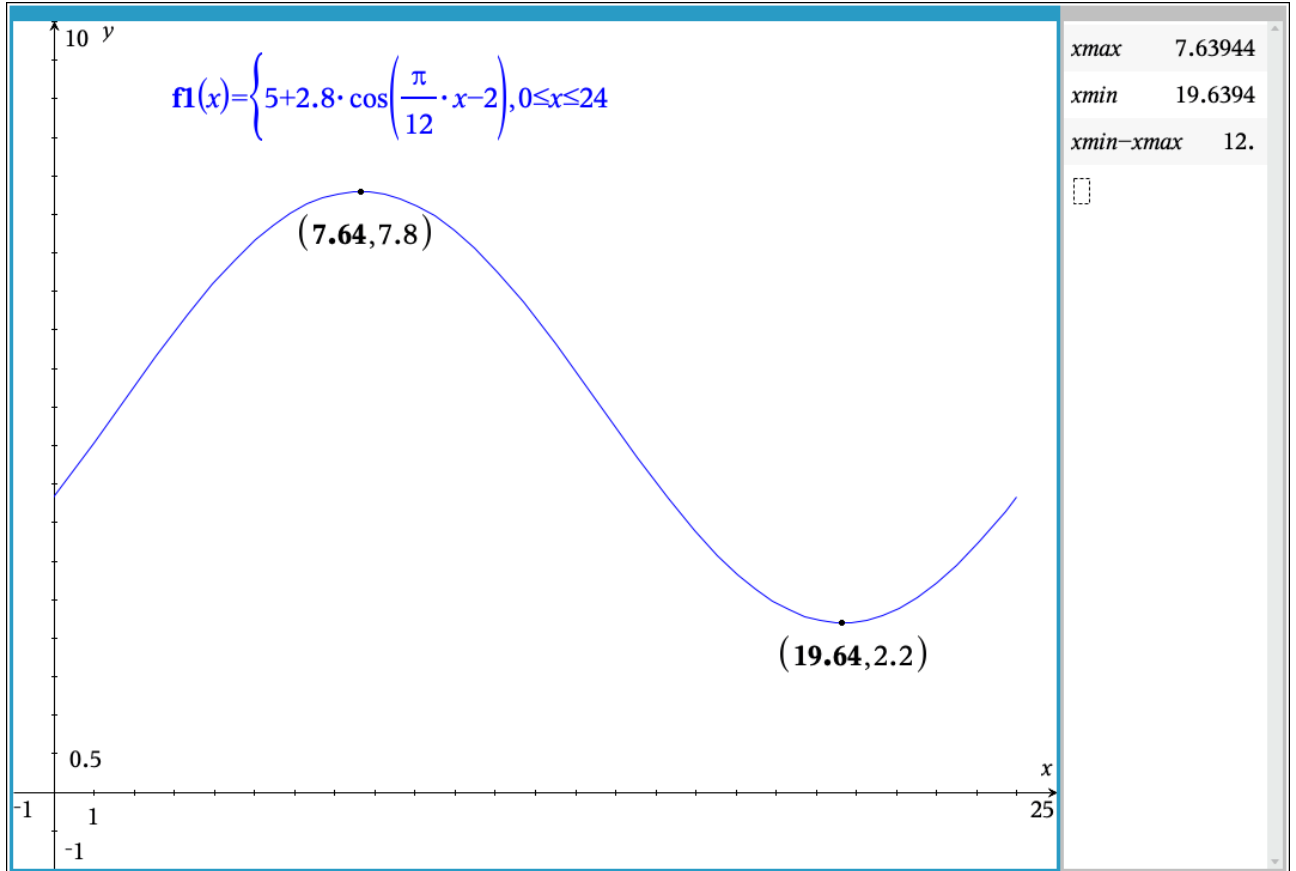
8.2.

(i) Considerando que entre as 0 horas e as 10 horas, a temperatura ambiente esteve sempre a aumentar, então a taxa de variação instantânea da função f para cada valor de t é positiva entre as 0 horas e as 10 horas, o que nos leva a excluir o gráfico B.

(ii) Se durante toda a emissão, o valor máximo da temperatura ambiente ocorreu às 20 horas, significa que antes das 20 horas a função f está a crescer, consequentemente a função V será positiva e depois das 20 horas decrescerá, logo a função V será negativa, o que não é observado no Gráfico A, mas sim o contrário. Portanto o gráfico A também não pode representar a função V .

9.

Recorrendo às capacidades da calculadora o gráfico da função dada é o apresentado na figura abaixo



Temos que o máximo é atingido para $x = 7,64$ e o mínimo para $x = 19,64$.

O tempo que decorreu, em horas, desde o instante em que a altura de água no depósito foi máxima até ao instante em que a altura de água no depósito foi mínima foi de 12 horas, dado que $19,64 - 7,64 = 12$.