mathniversity
promovemos o teu sucesso na matemática

PROVA FINAL DE MATEMÁTICA DO 3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

(PROVA 92) JUNHO 2024 – 1.ª FASE

1. Ordenando os valores correspondentes ao número de alunos matriculados no ensino superior em Portugal, de 1978 a 1983, temos:

$$\underbrace{79\,436 \quad 80\,919 \quad 81\,582}_{50\%} \; \underbrace{83\,754 \quad 86\,789 \quad 89\,310}_{50\%}$$

E assim a mediana deste conjunto de números é

$$\tilde{x} = \frac{81\,582 + 83\,754}{2} = 82\,668$$

Resposta: **Opção C**

2. Como $\sqrt{49} = 7$, então $-\frac{\sqrt{49}}{17} = \frac{-7}{51}$ é uma razão de números inteiros, ou seja, é um número racional, e por isso, pode ser prepresentado por uma dízima finita ou infinita periódica.

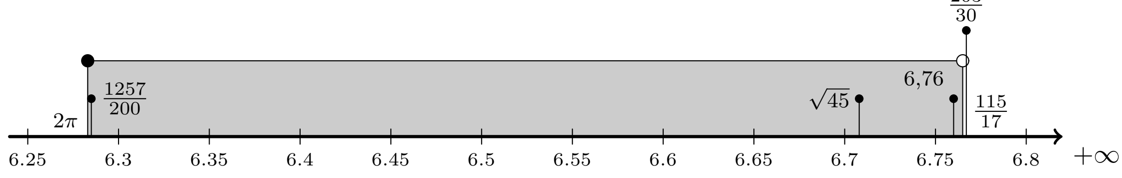
Como 2π, $\sqrt{30} + \sqrt{6}$ e $\sqrt{8}$ são números irracionais, correspondem a dízimas infinitas não periódicas.

Resposta: **Opção A**

3. Sabemos que $676 \times 10^{-2} = 6{,}76$, e usando a calculadora podemos verificar que:

- $\frac{1257}{200} = 6{,}285$
- $\sqrt{45} \approx 6{,}708$
- $\frac{203}{30} \approx 6{,}767$
- $2\pi \approx 6{,}283$
- $\frac{115}{17} \approx 6{,}765$

Logo, observando que como $\frac{203}{30} > \frac{115}{17}$, então $\frac{203}{30} \notin \left[2\pi, \frac{115}{17}\right[$



Resposta: **Opção D**

4. Observando que:
   - o número de quadrados brancos é a diferença entre 100 e o número de quadrados cinzentos;
   - o número de quadrados cinzentos é par em todos os termos;
   - e que se considerarmos que o número de quadrados cinzentos é o dobro da ordem de cada termo, obteríamos, em cada termo, mais dois quadrados do que se observa na figura.

   Então, vem que:
   - o número de quadrados cinzentos do termo de ordem n é: $2n-2$
   - o número de quadrados brancos do termo de ordem n é: $100-(2n-2)=100-2n+2=102-2n$

   Assim, a ordem do termo da sequência que tem exatamente 26 quadrados brancos é a solução da equação $102-2n=26$, ou seja:

$$102-2n=26 \Leftrightarrow 102-26=2n \Leftrightarrow 76=2n \Leftrightarrow \frac{76}{2}=n \Leftrightarrow 38=n$$

5. Ordenando as etapas de resolução da inequação, temos:

Inequação inicial.	$\frac{2}{5}\left(-x-\frac{5}{3}\right)+1 \geq \frac{x+4}{3}$	$\frac{2}{5}\left(-x-\frac{5}{3}\right)+1 \geq \frac{x+4}{3}$	1
Desembaraçar a inequação de parêntesis.	$-\frac{2x}{5}-\frac{2}{3}+1 \geq \frac{x}{3}+\frac{4}{3}$	$-1 \geq \frac{11x}{5}$	4
Isolar os termos com incógnita num dos membros e calcular $-\frac{2}{3}+1$.	$\frac{1}{3}-\frac{4}{3} \geq \frac{2x}{5}+\frac{x}{3}$	$x \leq -\frac{11x}{5}$	6
Reduzir os termos semelhantes.	$-1 \geq \frac{11x}{5}$	$\frac{1}{3}-\frac{4}{3} \geq \frac{2x}{5}+\frac{x}{3}$	3
Inverter o sinal da desigualdade.	$\frac{11x}{5} \leq -1$	$-\frac{2x}{5}-\frac{2}{3}+1 \geq \frac{x}{3}+\frac{4}{3}$	2
Multiplicar ambos os membros por $\frac{15}{11}$.	$x \leq -\frac{15}{11}$	$\frac{11x}{5} \leq -1$	5
Apresentar o conjunto solução.	$S=\left]-\infty,-\frac{15}{11}\right]$	$S=\left]-\infty,-\frac{15}{11}\right]$	7

6. Calculando o volume da pirâmide $[ABCDV]$, sendo h_1 a respetiva altura, temos:

$$V_{[ABCDV]}=\frac{1}{3}\times A_{[ABCD]}\times h_1=\frac{1}{3}\times 1{,}2\times 1\times 11{,}5=4{,}4 \text{ m}^3$$

   Considerando h_2 como a altura da pirâmide $[EFGHV]$, ou seja, a diferença entre a altura da pirâmide $[ABCDV]$ e a altura do tronco de pirâmide $[ABCDEFGH]$, temos que:

$$h_2=11{,}5-2{,}3=9{,}2 \text{ m}$$

   Logo, o volume da pirâmide $[EFGHV]$, é:

$$V_{[ABCDV]}=\frac{1}{3}\times A_{[EFGH]}\times h_2=\frac{1}{3}\times 0{,}9\times 0{,}96\times 9{,}2\approx 2{,}36 \text{ m}^3$$

   E assim, o volume do tronco de pirâmide, V_T, arredondado às unidades, pode ser calculado como a diferença dos volumes das duas pirâmides:

$$V_T=V_{[ABCDV]}-V_{[EFGHV]}\approx 4{,}6-2{,}36\approx 2 \text{ m}^3$$

7. Colocando o fator x em evidência e aplicando a lei do anulamento do produto, vem:

$$2x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(2x-5) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 2x = 5 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{5}{2}$$

C.S.=$\left\{0, \frac{5}{2}\right\}$

Resposta: **Opção B**

8. Como o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B, e, relativamente ao ângulo ACB, o lado $[BC]$ é o cateto adjacente e o lado $[AC]$ é a hipotenusa, usando a definição de cosseno, temos:

$$\cos A\hat{C}B = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \cos 11^\circ = \frac{960}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{960}{\cos 11^\circ}$$

Assim, que o valor de $\overline{AC}$, em centímetros, arredondado às unidades, é: $\frac{960}{\cos 11^\circ} \approx 978$ cm.

9. Calculando 8% de 6,22 milhões de eleitores, ou seja, o número de eleitores que não votaram nas eleições de 25 de abril de 1975, temos:

$$6{,}22 \times \frac{8}{100} = 0{,}4976 \text{ milhões}$$

Como 1 milhão $= 1\,000\,000 = 1 \times 10^6$, escrevendo o valor anterior em notação científica, vem:

$$0{,}4976 \text{ milhões} = 497\,600 = 0{,}4976 \times 10^6 = 4{,}976 \times 10^5$$

10. Sabemos que:

- como o ponto A pertence ao gráfico de f, designando por a a abcissa do ponto A, temos que $f(a) = \frac{1}{3}a^2$
- como a ordenada do ponto A é 3, então

$$f(a) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{3}a^2 = 3 \Leftrightarrow a^2 = 3 \times 3 \Leftrightarrow a^2 = 9 \Leftrightarrow a = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow a = \pm 3$$

- como a abcissa do ponto A é negativa, temos que $a = -3$
- como as abcissas dos pontos A e B são simétricas temos que a abcissa do ponto B é: $-a = -(-3) = 3$

Como a função g é uma função de proporcionalidade inversa, pode ser definida por uma expressão algébrica da forma $g(x) = \frac{k}{x}$.
Como o ponto B tem coordenadas (3,3) e pertence ao gráfico de g, podemos determinar o valor de k:

$$g(x) = \frac{k}{x} \Leftrightarrow 3 = \frac{k}{3} \Leftrightarrow 9 = k$$

E assim, uma expressão algébrica da função g é: $g(x) = \frac{9}{x}$.

Resposta: **Opção A**

11. Observando os dois gráficos, temos que:

    - o gráfico A não representa a função f porque pela observação do gráfico, a distância a que a Rita se encontrava de casa, nunca diminuiu, o que contraria a descrição de que após o concerto as amigas voltaram a casa da Mariana, pelo mesmo caminho, pelo que no final do percurso não poderiam estar no ponto mais distante da casa da Rita;
    - o gráfico B também não representa a função f de acordo com a descrição do percurso, quando a Rita chegou a casa da Mariana, esperou um pouco pela amiga. Assim a distância a que estava de casa manteve-se constante durante um espaço de tempo, e voltou a manter-se constante durante o concerto, pelo que o gráfico deveria apresentar dois períodos de tempo em que a distância se mantém constante, e, o gráfico B, apresenta apenas um.

12. Identificando uma expressão algébrica para os comprimentos dos lados do retângulo, temos:

    - $\overline{AE} = \overline{AB} + \overline{BE} = x + 3$
    - $\overline{AG} = \overline{AD} - \overline{GD} = x - 3$

    Assim, determinando uma expressão algébrica para a área do retângulo $[AEFG]$ e simplificando a expressão, temos que:

    $$A_{[AEFG]} = (x+3)(x-3) = x^2 - 3x + 3x - 9 = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$$

    Resposta: **Opção A**

13. Pelo critério de semelhança de triângulos AA, temos que os dois triângulos são semelhantes, porque ambos têm um ângulo de vértice no ponto C em comum, e um ângulo reto. Assim, os comprimentos dos lados correspondentes dos dois triângulos são diretamente proporcionais, ou seja:

    $$\frac{\overline{AC}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}}$$

    Desta forma, a expressão que representa $\overline{AC}$, em função de a, é:

    $$\frac{\overline{AC}}{a} = \frac{21}{6} \Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{21}{6} \times a \Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{7}{2}a$$

    Resposta: **Opção D**

14. Como o número desta escola é 400 e, destes, apenas 125 participaram na palestra ≪50 Anos de Democracia≫, calculando a probabilidade, com recurso à Regra de Laplace, de selecionar ao acaso um aluno desta escola e ele ter participado nesta palestra, é:

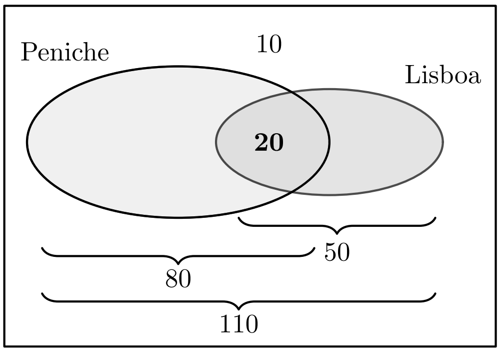
    $$p = \frac{125}{400} = \frac{25}{80} = \frac{5}{16}$$

    Resposta: **Opção B**

15. Organizando todas as preferências dos alunos do professor de História num diagrama de Venn, temos:

Como são 120 alunos, então:

- $120 - 10 = 110$ gostariam de visitar pelo menos um dos museus;
- $80+50 = 130$ é o número de preferências registadas.



Logo o número de alunos que gostaria de visitar os dois museus, é a diferença entre o número de alunos da turma e o número total de preferênncias manifestadas:

$$130 - 110 = 20$$

Assim, para a probabilidade solicitada temos que existem 120 casos possíveis e equiprováveis e 20 casos favoráveis, pelo que, calculando a probabilidade pela Regra de Laplace, e apresentando o resultado na forma de fração irredutível, temos:

$$p = \frac{20}{120} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

16.

16.1. Como a soma dos ângulos internos do triângulo $[ODE]$ é $180°$, temos que:

$$D\hat{O}E + O\hat{D}E + O\hat{E}E = 180 \Leftrightarrow D\hat{O}E + 90 + 30 = 180 \Leftrightarrow D\hat{O}E = 180 - 90 - 30 \Leftrightarrow D\hat{O}E = 60°$$

Como os ângulos COD e DOE são suplementares, então:

$$C\hat{O}D + D\hat{O}E = 180 \Leftrightarrow C\hat{O}D + 60 = 180 \Leftrightarrow C\hat{O}D = 180 - 60 \Leftrightarrow C\hat{O}D = 120°$$

Como o arco DC é o arco relativo ao ângulo ao centro COD, tem a mesma amplitude e como o arco BD, é o arco relativo ao ângulo inscrito BAD, a amplitude do arco é o dobro da amplitude do ângulo, e assim, temos que:

$$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{BD} - \overset{\frown}{CD} = 2 \times B\hat{A}D - C\hat{O}D = 2 \times 80 - 120 = 160 - 120 = 40°$$

16.2. Como o triângulo $[ODE]$ é retângulo em D, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, para calcular o valor de $\overline{DE}$:

$$\overline{DE}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{OE}^2 \Leftrightarrow \overline{DE}^2 + 6^2 = 12^2 \Leftrightarrow \overline{DE}^2 + 36 = 144 \Leftrightarrow \overline{DE}^2 = 144 - 36 \underset{\overline{DE}>0}{\Rightarrow} \overline{DE} = \sqrt{108}$$

Assim, como $\sqrt{108} \approx 10{,}39$, o valor de $\overline{DE}$, arredondado às décimas, é 10,4.

17. Analisando cada uma das afirmações, temos:

- **(A)** Como em 1976, apenas 5,7% dos deputados eram mulheres, num total de 263, temos que o número de mulheres é:
$$263 \times \frac{5{,}7}{100} = 14{,}991 \approx 15$$
- **(B)** Em 2022, 8 partidos elegeram deputados e em 1976, apenas 5 o tinham conseguido, mas 8 e inferior a 10, que é dobro de 5.
- **(C)** Pela análise da figura podemos observar que o PCP elegeu 6 deputados em 2022, sendo que 3 eram homens e 3 eram mulheres, ou seja, o mesmo número de homens e de mulheres.
- **(D)** Em 2022, concorreram 22 partidos às eleições e em 1976, apenas 14, ou seja, um aumento de $22 - 14 = 8$ partidos. Assim o aumento percentual a, relativamente ao total de 1976, é:
$$\frac{a}{8} = \frac{100}{14} \Leftrightarrow a = \frac{100 \times 8}{14} \Rightarrow a \approx 57{,}1\%$$
- **(E)** Em 1976, 5 dos 14 partidos que concorreram às eleições elegeram deputados, ou seja menos de metade (7); o que também aconteceu em 2022, em que apenas 8 dos 22 partidos conseguiu eleger deputados, por isso menos de metade (11).

Resposta: **Opções A, C e D**